NOORDUIJN'S
WETENSCHAPPELIJKE REEKS

NATUURPHILOSOPHIE

DOOR

Dr E. W. BETH

№ 30

1948

NATUURPHILOSOPHIE

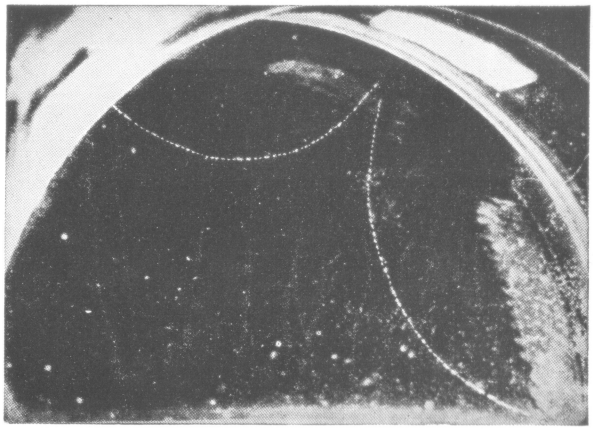
NOORDUIJN'S WETENSCHAPPELIJKE REEKS

onder redactie van

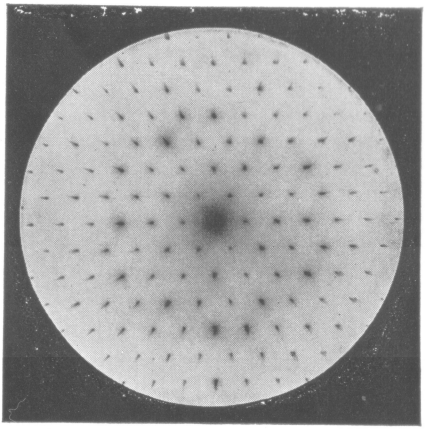
Prof. Mr. J. H. Beekhuis; Prof. W. E. Boerman;
Prof. Dr. J. G. van der Corput; Prof. Dr. B. G. Escher;
Prof. Dr. C. J. Gorter; Prof. Dr. C. D. de Langen;
Prof. Dr. M. J. Sirks

30

J. NOORDUIJN EN ZOON N.V.



Banen van een electron en een positron in een magneetveld, vastgelegd met behulp van de camera van Wilson.



Buiging van electronen door een mikrokristallijn laagje goud.
(Naar Eisenhut en Kaupp)

Uit: J. A. Prins, Grondbeginselen van de hedendaagse natuurkunde.
J. B. Wolters, Groningen

NATUURPHILOSOPHIE

DOOR

Dr E. W. BETH

HOOGLERAAR AAN DE GEMEENTE-UNIVERSITEIT
TE AMSTERDAM

Καὶ ἴσως μὲν δόξω τισὶν
ὑμῶν παίζειν· εὖ μέντοι
ἴστε, πᾶσαν ὑμῖν τὴν
ἀλήθειαν ἐρῶ.

GORINCHEM — 1948

Aan mijn Vrouw

VOORWOORD

Deze natuurphilosophische studie heeft niet een kritisch, doch in de eerste plaats een systematisch karakter. Zij wil niet een objectief overzicht geven van de verschillende opvattingen op het gebied van de wijsbegeerte der natuur, zij poogt te laten zien, op welke wijze, naar het oordeel van den schrijver, de begrippen en methoden van de moderne logica ons in staat stellen, de wijsgerige problemen, die natuurbeschouwing en natuuronderzoek doen rijzen, op wetenschappelijk verantwoorde wijze te behandelen.

Als uitgangspunt voor mijn beschouwingen heb ik gekozen de analyse van een bijzondere natuurwetenschappelijke theorie, als object van deze analyse de quantumtheorie in haar moderne gedaante; daartoe ben ik op grond van verschillende overwegingen overgegaan. Ten eerste is juist deze theorie reeds eerder tot voorwerp van met moderne middelen uitgevoerde logische onderzoekingen gemaakt, waarbij hoogst interessante bijzonderheden aan het licht zijn gekomen. Verder heeft de moderne quantumtheorie van natuurphilosophische zijde nog al wat kritiek ondervonden. De voornaamste overweging was echter, dat de quantumtheorie door haar revolutionnair karakter de kenmerkende eigenaardigheden van de natuurwetenschappelijke theorievorming a.h.w. op vergrote schaal vertoont.

Zoals ik reeds opmerkte, mag men in dit werkje geen objectief verslag van de huidige stand van het natuurphilosophisch onderzoek verwachten. Wel heb ik telkens, als daartoe aanleiding of gelegenheid bestond, i.h.b. de van de mijne afwijkende opvattingen aan het woord laten komen en zo nodig toegelicht, om op die wijze mijn eigen mening zo duidelijk mogelijk te doen uitkomen; men heeft dientengevolge toch de mogelijk-

heid, zich ten aanzien van de huidige situatie op het gebied van de natuurphilosophie althans enigszins te oriënteren.

Meerdere natuurkundige of wiskundige kennis, dan tegenwoordig op een H.B.S. of Gymnasium kan worden verkregen, wordt bij den lezer (behalve in de „Aanhangsels") nergens ondersteld. Wel zal het verwerken i.h.b. van de in hoofdstuk V behandelde stof den lezer gemakkelijker vallen, wanneer hij tegelijk een modern leerboek der natuurkunde ter hand neemt. Zeer geschikt lijkt mij J. A. PRINS, „Grondbeginselen van de hedendaagse natuurkunde" (2e druk, Groningen-Batavia 1939). De enkele logische inzichten, waarop een beroep moet worden gedaan, heb ik in een afzonderlijk hoofdstuk zo eenvoudig en overzichtelijk mogelijk ontwikkeld.

De in dit boekje behandelde stof is buitengewoon moeilijk, vooral ook, omdat ze tamelijk ver buiten de gewone gedachtenspheer van den beoefenaar der natuurwetenschap gelegen is. Ik heb getracht, de moeilijkheden althans enigermate te ondervangen door een concentrische behandeling.

In hoofdstuk I wordt bij de bespreking van de traditionele natuurphilosophie in haar verhouding tot de nieuwere en nieuwste natuurwetenschap uitsluitend op de *inhoud* van deze gedachtenstelsels gelet; de logische *vorm* wordt geheel buiten beschouwing gelaten.

In hoofdstuk V valt dan de nadruk op de logische vorm, wat ons in staat stelt, in de gestelde problemen zeer veel dieper door te dringen, dan in hoofdstuk I mogelijk was.

Ook in andere gevallen ben ik na een voorlopige uiteenzetting in een volgend hoofdstuk dieper op de behandelde stof ingegaan. De door mij verdedigde denkbeelden kunnen dan ook alleen na lezing van het werk in zijn geheel zuiver worden beoordeeld.

De in hoofdstuk VI ontwikkelde methodologische inzichten worden in hoofdstuk VIII toegepast bij de behandeling van de vraag naar de plaats van de anorganische natuurwetenschap in het systeem der wetenschappen; naar aanleiding van deze vraag worden in dit hoofdstuk verschillende denkbeelden over de systematiek der wetenschappen ontwikkeld.

In het slot van hoofdstuk I en in het „Aanhangsel" bij dat

hoofdstuk, alsmede in „Aanhangsel I" bij hoofdstuk VII, moest ik enkele metaphysische opvattingen ter sprake brengen. Op deze stof hoop ik elders uitvoeriger terug te komen.

De heer B. STONEBRINK, adjunct-directeur van het proefbedrijf „De Schothorst", is zo vriendelijk geweest, hoofdstuk VIII door te zien en mij van zijn opmerkingen te laten profiteren, waarvoor ik hem hier dank zeg. Ik dank tevens Prof. Dr. J. A. PRINS en de Fa. J. B. WOLTERS voor de vriendelijke toestemming tot het overnemen van een tweetal afbeeldingen.

De heer A. LAGERWEY, student aan de T. H., heeft een deel van de vrije tijd, waarover hij als onderduiker kon beschikken, besteed aan het tekenen van de figuren, waarvoor ik hem hier hartelijk dank breng. Bovendien droeg hij door zijn goede zorgen voor de geregelde voorziening van betrouwbaar nieuws in de hoogste mate bij tot het behoud van die gemoedsrust, die een eerste vereiste is voor elke wijsgerige arbeid.

Amersfoort, Juni 1944 — Amsterdam, September 1947.

E. W. BETH

INHOUD

Voorwoord 5

I. De inhoud der traditionele natuurphilosophie . . 11
Aanhangsel 35

II. Logische hulpmiddelen 43

III. De taak ener moderne natuurphilosophie . . . 55

IV. De ontwikkeling der atoomphysica 62
Aanhangsel I 79
Aanhangsel II 81

V. De logische structuur der quantumtheorie . . . 88
Aanhangsel 127

VI. Terugblik op oudere systemen 134

VII. De interpretatie van de natuurwetenschappelijke theorieën 154
Aanhangsel I 167
Aanhangsel II 168

VIII. De verhouding van de anorganische natuurwetenschap tot andere wetenschappen 180

Bij de titelplaat 215

Bibliographie 217

Naamlijst 226

I. DE INHOUD DER TRADITIONELE NATUURPHILOSOPHIE

Om een juist inzicht te krijgen met betrekking tot de inhoud en de strekking van het min of meer traditioneel geworden systeem der natuurphilosophie, is het nodig, een ogenblik terug te gaan tot de leer van ARISTOTELES. De aristoteliaanse wijsbegeerte vormt nl. enerzijds het uitgangspunt van de ontwikkeling der systematische philosophie, maar heeft anderzijds de grondslag gelegd voor de opbouw van de theoretische wetenschap.

De Stagiriet legt de wijsbegeerte — die bij hem behalve de metaphysica of „eerste philosophie" ook de gehele theoretische wetenschap omvat — de taak op, onze aanvankelijke verwondering over dat, wat wij ondervinden, door het geven van verklaringen weg te nemen. Onder *verklaring* verstaat hij in dit verband een deductie uit evidente beginselen.

In dit opzicht wijkt zijn leer af van de opvatting van de meeste hedendaagse onderzoekers, die we in het onderstaande zullen leren kennen. Maar deze nieuwe opvatting is nog maar van zeer recente datum; die van ARISTOTELES heeft eeuwenlang geheerst.

Het is duidelijk, dat er van peripatetisch standpunt uit generlei aanleiding bestaat, onderscheid te maken tussen natuurwetenschap en natuurphilosophie. Inderdaad heeft men dan ook in Duitsland tot KANT's tijd toe, in Engeland nog veel langer, als *natuurphilosophie* aangeduid, wat men thans doorgaans (theoretische) *natuurwetenschap* noemt; met die oude naam — die nog op verschillende manieren voortleeft — karakteriseerde men de natuurwetenschap als een theoretisch en verklarend vak in tegenstelling tot de practische en de beschrijvende takken van kennis.

De natuurphilosophie in aristoteliaanse zin bestaat uit deduc-

ties op de grondslag van evidente beginselen. Welke zijn die beginselen? Waar halen we ze vandaan?

De tweede vraag kan op twee manieren worden opgevat. Ten eerste in kennis theoretische zin: wat is de *oorsprong* van de beginselen? Putten we ze uit de ervaring, of zijn ze ons onafhankelijk van alle ervaring, „a priori", gegeven?

In deze zin bedoel ik de vraag thans niet. Ik vat haar op in wetenschapstechnische zin: hoe spoort men de evidente beginselen op, die de grondslag vormen van de verklaring der natuurverschijnselen?

Practisch gesproken, bepaalt het antwoord op deze vraag niet alleen, welke beginselen men in concreto aan de verklaring van de natuurverschijnselen ten grondslag zal leggen; het is tevens van overwegende invloed op de wijze, waarop men het bovenbedoelde kennistheoretische vraagstuk zal oplossen. Voor de gang van de ontwikkeling van de natuurwetenschap is zeer lang bepalend geweest de opvatting van ARISTOTELES, die niet alleen door de peripatetici, maar, althans in grote trekken, ook door de stoïcijnen werd overgenomen. De Stagiriet gaat uit van de inzichten, waarover het vóór-wetenschappelijk bewustzijn beschikt; de taak van den natuurphilosoof is, deze inzichten te verzamelen, te formuleren en te verhelderen en uit de zo verkregen evidente beginselen de gezochte verklaring van de natuurverschijnselen logisch te deduceren.

Deze opvatting betekende opzichzelf een niet ongezonde reactie op het extremistisch rationalisme van de eleatische school, dat nog op PLATO (en ook op DEMOCRITUS) zulk een sterke indruk had gemaakt. Maar het programma van ARISTOTELES bleek in de practijk niet vatbaar voor integrale uitvoering. De aan het „gezond verstand" ontleende inzichten hadden enerzijds zekere correcties en restricties, anderzijds ook aanvulling van node, en dit maakte het toch weer nodig, een beroep te doen op de hulpmiddelen van een zeer subtiele dialectiek.

Een karakteristiek voorbeeld van ARISTOTELES' methode van natuurverklaring levert zijn *theorie van val en worp* (voor nadere gegevens daarover zie men E. J. DIJKSTERHUIS [1], waaraan het volgende is ontleend).

Behalve op de voor de peripatetische physica fundamentele onderscheidingen van *mogelijkheid en werkelijkheid* en van *vorm* en *stof* berust deze theorie op de van EMPEDOCLES en PLATO overgenomen maar door den Stagiriet opnieuw gefundeerde leer der *elementen*. Ter karakterisering van de beginselen der zintuiglijk waarneembare, d.w.z. tastbare, lichamen kunnen slechts die eigenschappen dienen, die voor de tastzin waarneembaar zijn. Deze eigenschappen laten zich herleiden tot twee tegenstellingen, t.w. warm-koud en droog-vochtig. De vier physisch mogelijke combinaties van eigenschappen nu, nl. koud en droog, koud en vochtig, warm en vochtig, warm en droog, bepalen de vier elementen: aarde, water, lucht, vuur, waaruit alle in de natuur aan te treffen lichamen zijn samengesteld.

Aan elk van deze vier elementen is een kenmerkende *natuurlijke beweging* eigen. ARISTOTELES denkt zich het heelal begrensd en bolvormig. Aarde beweegt zich van nature „naar beneden", d.w.z. naar het middelpunt van het heelal toe, vuur daarentegen „naar boven", d.w.z. van het middelpunt van het heelal af. Wat de elementen water en lucht betreft, hun gedrag hangt van hun omgeving af; water tracht zich boven aarde, maar beneden vuur en lucht, te plaatsen, lucht plaatst zich boven aarde en water, maar beneden vuur. ARISTOTELES noemt daarom aarde volstrekt zwaar, vuur volstrekt licht, water en lucht betrekkelijk licht en zwaar.

Elk element wordt door zijn natuurlijke beweging naar zijn *natuurlijke plaats* gebracht en komt daar van nature tot rust. Deze natuurlijke plaats is voor aarde het middelpunt van het heelal, voor vuur het gebied, dat aan de maanspheer grenst; lucht en water zijn van nature slechts dan in rust, als ze lichtere lichamen boven zich, zwaardere onder zich, hebben.

Van de natuurlijke beweging en rust onderscheidt ARISTOTELES de *gedwongene*. Wanneer een steen (die als overwegend bestanddeel aarde bevat) omhoog wordt geworpen, dan krijgt hij een gedwongen beweging; wanneer vuur door aarde is omsloten, verkeert het in gedwongen rust.

De elementen aarde, water, lucht en vuur worden gekenmerkt door rechtlijnige natuurlijke bewegingen. Zij moeten

dus, wegens de door ARISTOTELES aangenomen begrensdheid van het heelal, op de duur òf tot rust komen, òf terugkeren op hun baan. De cirkelbeweging daarentegen kan eindeloos voortduren en wordt daarom door den Stagiriet als de meest volkomen beweging beschouwd.

Nu vertonen de hemellichamen juist zulk een voortdurende cirkelbeweging. Deze lichamen bestaan dus blijkbaar uit een vijfde element, dat als natuurlijke beweging de cirkelbeweging bezit. Dit element, de *aether,* bezit zwaarte noch lichtheid en is niet vatbaar voor ontstaan of vergaan of voor qualitatieve of quantitatieve verandering.

Er bestaat dus voor den Stagiriet een onoverbrugbare kloof tussen de aardse (ondermaanse) natuurverschijnselen enerzijds en de hemelverschijnselen anderzijds.

Het is duidelijk, dat ARISTOTELES, in bewuste tegenstelling tot zijn voorgangers (de eleaten, de atomisten, PLATO), aansluiting zoekt bij het nog door geen wijsgerige reflectie gestoorde getuigenis van de zinnelijke waarneming. De tegenstelling tussen aardse en hemelbewegingen, tussen natuurlijke en gedwongen beweging, is in frappante overeenstemming met de voorstellingen en opvattingen van het vóór-wetenschappelijke bewustzijn.

Hieraan moet waarschijnlijk in de eerste plaats de grote en blijvende invloed van de peripatetische natuurphilosophie worden toegeschreven. Maar er is nog een tweede eigenaardigheid van deze leer, die er toe heeft bijgedragen, dat ze in het wetenschappelijk bewustzijn wortel schoot: ze schakelt een aantal problemen uit, die zich bij andere, voor modern inzicht meer aannemelijke, systemen van natuurverklaring pijnlijk doen gevoelen, zoals de vraag naar de oorsprong van de hemelbewegingen en naar de oorzaak van haar voortbestaan.

De door ARISTOTELES gemaakte tegenstelling tussen aardse en hemelverschijnselen spiegelt zich af in de door de griekse physica en astronomie toegepaste werkwijzen. De physica legt de nadruk op de *causale verklaring,* die een hoofdzakelijk qualitatief karakter blijft dragen (een uitzondering vormt de op ARISTOTELES' elementenleer steunende hydrostatica van ARCHIMEDES; verg. E. J. DIJKSTERHUIS, [2], deel 2); deze

physica blijft nauwe betrekkingen onderhouden met de metaphysica.

De astronomie daarentegen houdt zich niet bezig met de causale verklaring, ze beperkt zich tot de *beschrijving,* van de hemelbewegingen, die ze tot een samenstel van eenparige cirkelbewegingen tracht te herleiden, daarbij gebruik makend van de voorhanden mathematische hulpmiddelen. Met de wiskunde zelf emancipeert ze zich dan ook spoedig van de wijsgerige voogdij.

Zo stonden de zaken nog, toen met KEPLER en GALILEI de vernieuwing van de astronomie en de physica begon, die in de „Principia" van NEWTON in zekere zin haar bekroning zou vinden. De taak, waarvoor deze onderzoekers zich gesteld zagen, was niet weinig gecompliceerd. Het gezag van de peripatetische natuurphilosophie moest worden ondermijnd, in de aardse physica moest de mathematische analyse van de verschijnselen de qualitatieve vervangen, in de astronomie moest de mathematische beschrijving van de verschijnselen met een causale verklaring worden aangevuld; de kloof tussen aardse en hemelverschijnselen moest worden overbrugd.

Het behoeft ons dan ook niet te verwonderen, dat in de zeventiende eeuw een intensieve wisselwerking tussen metaphysica en mathematische natuurwetenschap optreedt, die door namen als DESCARTES en LEIBNIZ kan worden gekenmerkt, en die ook wiskunde en wijsbegeerte voor het eerst na PLATO weer in inniger onderlinge aanraking brengt. De titel van NEWTON'S hoofdwerk: *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1684), is programmatisch; de wetenschap is, als bij ARISTOTELES, natuurphilosophie, ze beoogt causale verklaring van de natuurverschijnselen; de verklaringsbeginselen zijn echter niet langer van qualitatieve, doch van quantitatieve aard (een voorbeeld levert de gravitatiewet van NEWTON).

Deze opvatting, dat de natuurwetenschap, ook in haar nieuwe gedaante, een onderdeel is van de wijsbegeerte, vinden we in Duitsland nog bij WOLFF en bij den vóór-kritischen KANT, in Frankrijk bij de encyclopaedisten. Maar bij KANT vinden we een eigenaardige afwijking, die reeds door newto-

nianen als KEILL en FREIND was voorbereid: de natuurwetenschappelijke methode wordt weliswaar met die der metaphysica geïdentificeerd, maar tegenover de synthetische methode van de wiskunde geplaatst. Later, in zijn kritische periode, plaatste KANT de natuurwetenschap mèt de wiskunde tegenover de wijsbegeerte.

De kloof, die toen tussen wijsbegeerte en natuurwetenschap ontstond, werd door de verdere ontwikkeling van de beide wetenschappen snel verbreed. Enerzijds verloor de natuurwetenschap door de ontwikkeling van geheel nieuwe gebieden van onderzoek als electriciteitsleer en chemie in enkele decennia het contact, dat ze in het voorafgaande tijdvak nog met de griekse natuurphilosophie had onderhouden. Anderzijds ging de wijsbegeerte, die zich onder KANT'S invloed ten opzichte van de wiskunde en de mathematische natuurwetenschap had gedistancieerd, zich in het tijdperk van de romantiek sterk aan de zich snel ontwikkelende historische wetenschappen oriënteren.

Uit deze nieuwe oriëntering van de wijsbegeerte vloeit bovendien een geheel nieuwe beschouwingswijze van de oudere philosophie voort. Terwijl nog KANT de griekse philosophen met geen ander oog beziet dan zijn tijdgenoten en hun leerstellingen slechts als waarheid aanvaardt of als dwaling verwerpt, beschouwt HEGEL de oude wijsbegeerte in het licht van de ontwikkelingsgedachte als de kiem van daaruit later voortgekomen dieper inzicht.

Hieruit kan men verklaren, dat hij in de natuurphilosophie, die deel uitmaakt van zijn *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften* (1817), zowel aristoteliaanse als meer moderne opvattingen verwerkt. Zo bv., waar hij, ondanks LAVOISIER, PROUST en DALTON, ARISTOTELES' leer der elementen overneemt en van een nieuwe fundering voorziet.

Aan den Stagiriet herinnert ook, dat de bewegingen van de hemellichamen als *absoluut vrij* worden gekenmerkt, terwijl die van de aardse lichamen in *onvrije* (de stoot) en *vrije* (de valbeweging) worden onderscheiden. Hoewel door deze onderscheidingen het voornaamste resultaat van de newtoniaanse mechanica: de geldigheid van de dynamische wetten en van de

gravitatiewet voor àlle stoffelijke lichamen zonder onderscheid, is prijsgegeven, wordt anderzijds toch de formulering van de wet der algemene gravitatie door NEWTON als een grote daad erkend.

Zit echter bij HEGEL kennelijk de bedoeling voor, de natuurwetenschappelijke inzichten van zijn tijd te verwerken tot een alomvattend systeem, dat dan echter door het gelijktijdig opnemen van verouderde peripatetische denkbeelden een hybridisch aanzien krijgt, latere natuurphilosophische systemen ontlenen hoe langer hoe meer elementen aan de oudere phasen der natuurwetenschap en verliezen daardoor hoe langer hoe meer het contact met de levende natuurwetenschap.

Deze natuurphilosophieën staan daardoor als concurrerende systemen van natuurverklaring naast de natuurwetenschap, waarvan ze zich onderscheiden door een minder nauw contact met de actuele kennis der natuurverschijnselen, door een *zeer* nauw contact met bepaalde metaphysische systemen en door het opnemen van begrippen en stellingen, die door de positieve wetenschap reeds zijn verlaten.

We kunnen verreweg de meeste van deze systemen onderbrengen in vier grote groepen: de peripatetische, de materialistische, de kantiaanse en de hegeliaanse natuurphilosophie.

De *peripatetische* richting in de natuurphilosophie vinden we bij J. MARITAIN, die zich aansluit bij de aristoteliaanse natuurphilosophie, zoals die door scholastieke denkers als ALBERTUS MAGNUS en THOMAS VAN AQUINO is uitgelegd en ontwikkeld, en bij P. HOENEN.

De *materialistische* natuurphilosophie bouwt voort op de denkbeelden van de atomisten LEUCIPPUS en DEMOCRITUS, wordt in de Oudheid vertegenwoordigd door EPICURUS en LUCRETIUS, in de nieuwere tijd door GASSENDI en HOBBES, heeft later de invloed ondergaan van het cartesianisme en is daarna vooral gepropageerd door LA METTRIE, HOLBACH, CABANIS, VOGT, MOLESCHOTT en BÜCHNER (zie F. A. LANGE [1]). Zij heeft thans haar invloed verloren.

Een fraaie karakteristiek van het materialisme geeft Christiaan HUYGENS in de aanhef van zijn *Discours de la cause de la Pesanteur* (naar VAN DER WAALS, [1]): „Pour trouver

une cause intelligible de la Pesanteur, il faut voir comment il se peut faire, en ne supposant dans la nature que des corps qui soient faits d'une mesme matiere, dans lesquels on ne considere aucune qualité ni aucune inclination (dit tegenover ARISTOTELES en EMPEDOCLES) à s'approcher les uns des autres, mais seulement les differentes grandeurs, figures et mouvements; comment dis je il se peut faire que plusieurs pourtant de ces corps tendent directement vers un mesme centre, et s'y tiennent assemblez à l'entour..."

Dit probleem is door FATIO, LESAGE e.a. opgelost op een wijze, die eerst veelbelovend leek, maar die later, i.h.b. tengevolge van een diepgaande analyse door G. H. DARWIN, onhoudbaar is gebleken.

In tegenstelling tot DESCARTES vertegenwoordigt HUYGENS het echte, antieke, atomisme. Evenals LEUCIPPUS en DEMOCRITUS erkent hij het bestaan van de lege ruimte, en schrijft hij aan de atomen hardheid toe.

„Pour ce qui est du vuide, je l'admets sans difficulté, et mesme je le crois necessaire pour le mouvement des petits corpuscules entre eux, n'estant point du sentiment de Mr. Des Cartes, qui veut que la seule étendue fasse l'essence du corps; mais y adjoutant encore la dureté parfaite, qui le rende impenetrable, et incapable d'estre rompu ni écorné."

De *kantiaanse* natuurphilosophie knoopt aan bij de natuurwetenschap van NEWTON, zoals deze door KANT is gecodificeerd; als vertegenwoordigers noem ik H. COHEN, A. STADLER en P. NATORP.

De *hegeliaanse* natuurphilosophie tenslotte vinden we bij de hegelianen, ten onzent bij BOLLAND en zijn leerling B. WIGERSMA [1], op verschillende wijze ontwikkeld terug.

Voor al deze richtingen is kenmerkend een kritische, om niet te zeggen afwijzende, houding ten aanzien van de ontwikkeling, die de levende natuurwetenschap in de laatste halve eeuw heeft genomen. Hoewel deze houding zonder twijfel te verklaren is uit de omstandigheid, dat vertegenwoordigers dezer richtingen veelvuldig gebruik maken van begrippen en opvattingen, die ze aan de oudere natuurwetenschap ontlenen, en die met nieuwere inzichten gemakkelijk in botsing komen,

kan deze verklaring toch moeilijk als afdoend worden beschouwd. Immers, ze doet aanstonds de vraag rijzen: vanwaar deze voorliefde voor begrippen en opvattingen, die door de moderne natuurwetenschap op voor haar beoefenaars overtuigende gronden zijn verlaten?

Voor een deel kan deze voorliefde zonder twijfel worden toegeschreven aan het gezag, dat van grote denkers als ARISTOTELES, KANT en HEGEL begrijpelijkerwijs nog altijd uitgaat, en aan de bekoring, gelegen in een eenvoudig en doorzichtig systeem van natuurverklaring. Toch moeten we dieper graven, voor we kunnen zeggen, dat we over een volledig inzicht beschikken.

De wortel van de oppositie van de meeste natuurphilosofen tegen de moderne natuurwetenschap is m.i. gelegen in de omstandigheid, dat de nieuwere natuuronderzoekers aan een *verklaring* niet meer dezelfde eisen stellen als hun voorgangers, (verg. P. DUHEM, [1], [2]).

In de physica van de 19e eeuw kunnen we twee methoden van natuurverklaring onderscheiden, die ik wil aanduiden als de phaenomenologische en de mechanisch-constructieve. Ik wil deze methodes demonstreren in het geval van de verklaring van de verschijnselen, die verband houden met de overgang van een stof van de vloeibare in de gasvormige toestand en omgekeerd.

De verklaring volgens de *phaenomenologische methode* bestaat in een deductie van de quantitatieve wetten, die de afloop van de bedoelde verschijnselen beheersen, uit zekere algemene beginselen, die geformuleerd kunnen worden uitsluitend met behulp van termen, beantwoordend aan meetbare grootheden. In ons geval zijn die beginselen de beide *hoofdwetten van de thermodynamica,* t.w. de wet van het behoud van de energie en het zgn. beginsel van CARNOT, alsmede de zgn. *toestandsvergelijking* (de wet van BOYLE- GAY LUSSAC, de wet van VAN DER WAALS, of een andere), die meer in het bijzonder op de beschouwde stof betrekking heeft; al deze beginselen kan men formuleren in termen van meetbare grootheden als druk, volumen, temperatuur, massa, enz.

De sterke zijde van de phaenomenologische verklaringswijze is hierin gelegen, dat ze geen beroep behoeft te doen op empirisch niet controleerbare hypothesen. Maar tegenover deze sterke zijde staan twee zwakke kanten. Ten eerste bevredigt een phaenomenologische theorie ons zelden volkomen; wie voelt geen aandrang, de vraag te stellen, waaròm de toestandsvergelijking van een bepaalde stof nu juist:

$$(p + \frac{a}{v^2})\,(v - b) = RT$$

luidt? Ten tweede bezit een phaenomenologische theorie slechts geringe heuristische waarde.

De voornaamste vrucht van de phaenomenologische methode is wel de thermodynamica (GIBBS, MASSIEU, HELMHOLTZ DUHEM). Toepassingen op het gebied van de optica en van de leer van het electromagnetisme zijn door L. LORENZ, DRUDE, VOIGT en MINKOWSKI gegeven.

De mechanisch-constructieve verklaringsmethode staat scherp tegenover de phaenomenologische. Ze bestaat in de constructie van een (gewoonlijk fictief) mechanisch systeem, een zgn. *model,* waarvan het gedrag bepaalde quantitatieve regelmatigheden vertoont, die aan de quantitatieve wetmatigheden in de te verklaren verschijnselen beantwoorden.

In het door mij als voorbeeld gekozen geval denkt men zich de stof opgebouwd uit harde kogeltjes, van gelijke straal, die elkaar op bepaalde wijze aantrekken. Uit deze onderstelling kan men dan de wet van VAN DER WAALS afleiden.

De sterke zijde van de mechanisch-constructieve methode ligt in haar suggestief karakter en in de daarmee gepaard gaande grote heuristische waarde. VAN DER WAALS heeft de naar hem genoemde toestandsvergelijking door toepassing van de mechanisch-constructieve methode gevonden. De zwakke kant van deze methode is, dat haar toepassing doorgaans een beroep vereist op onderstellingen, die niet vatbaar zijn voor empirische toetsing.

Daarmee staat in verband, dat één zelfde groep van verschijnselen in het algemeen voor méér dan één mechanische verklaring vatbaar is (verg. H. POINCARÉ, [1]).

Het behoeft dan ook geen verwondering te wekken, dat over de toelaatbaarheid van de mechanisch-constructieve methode fel is gestreden.

Toegepast is deze methode vooral op het gebied van de warmteleer (CLAUSIUS, MAXWELL, GIBBS, BOLTZMANN), waar ze echter de zuiver phaenomenologische thermodynamica niet heeft kunnen verdringen.

Op de optiek is de mechanisch-constructieve methode toegepast door A. FRESNEL, A. L. CAUCHY, F. NEUMANN, J. MAC CULLAGH, C. NEUMANN, W. THOMSON (lord KELVIN) e.a. In dit verband moet ook MAXWELL'S mechanische verklaring van de electromagnetische verschijnselen worden genoemd (voor een eenvoudig overzicht van een en ander zie men VAN DER WAALS [1]).

Vooral deze laatste toepassingen hebben de kritiek van H. POINCARÉ en P. DUHEM uitgelokt. E. MACH heeft de kinetische gastheorie, W. OSTWALD vooral de chemische atomistiek bestreden.

Des te groter was de triomf voor de aanhangers van de mechanisch-constructieve methode, toen in 1908 J. PERRIN langs experimentele weg het bewijs leverde voor de realiteit van de atomen (zie J. PERRIN, [1]). OSTWALD bekeerde zich, POINCARÉ schreef: „les atomes ne sont plus une fiction commode; il nous semble pour ainsi dire que nous les voyons, depuis que nous savons les compter."

Men zou zich echter vergissen, door te denken, dat deze gebeurtenis tot de verdringing van de phaenomenologische door de mechanisch-constructieve methode leidde. In werkelijkheid zijn de beide methodes samengesmolten, terwijl de onderscheiding van de beide bedoelde methodes plaats heeft gemaakt voor de onderscheiding van atoomphysica en macrophysica.

Deze ontwikkeling behoeft ons niet te verwonderen. Enerzijds legde de mogelijkheid, ook moleculaire en atomaire processen experimenteel te onderzoeken, de opstelling van mechanische hypothesen over de structuur der microsystemen sterk aan banden; anderzijds bleek al duidelijker, dat op atomaire verschijnselen de beginselen van de newtoniaanse mechanica niet van toepassing waren, zodat men bij de verklaring van die

verschijnselen aangewezen was op de phaenomenologische methode.

Keren wij na deze uitweiding over de jongste ontwikkeling van de physica terug tot de beschouwing van de antieke natuurwetenschap, dan blijkt, dat de Grieken twee methoden van natuurverklaring hebben gekend, die volkomen aan de beide in het bovenstaande besproken moderne methoden beantwoorden. Zo schrijft POSIDONIUS (bij DIOGENES LAERTIUS VII, 132ss.):

„De leer van het heelal valt uiteen in twee delen. Met het ene deel, het onderzoek van de vaste sterren en de planeten, van de schijnbare grootte van zon en maan, van de omwenteling e.d., houden ook de mathematici zich bezig. Het andere deel gaat alleen den natuurphilosofen aan: de vraag naar het wezen van het heelal, naar stof en vorm van zon en sterren, de vraag of het heelal ontstaan of niet ontstaan, bezield of onbezield, vergankelijk of onvergankelijk is, of het door een voorzienigheid wordt beheerst, enz."

Het tweede deel van de theorie van het heelal, waarvan de beoefening was voorbehouden aan de natuurphilosofen, beantwoordt aan de phaenomenologische natuurbeschouwing van de moderne onderzoekers. De overeenstemming ligt vooral in het streven, elk beroep op een hypothetisch of speculatief beginsel te vermijden. Een punt van verschil is, dat de verklaringsbeginselen bij de Ouden aan het vóórwetenschappelijk bewustzijn ontleende evidente qualitatieve inzichten, bij de moderne onderzoekers door experimenteel onderzoek vastgestelde quantitatieve wetmatigheden, zijn.

Het eerste deel beantwoordt aan de moderne mechanisch-constructieve methode. POSIDONIUS doelt hier op de bij de Grieken gebruikelijke behandeling van de planetenbeweging. PLATO was op speculatieve gronden gekomen tot de opvatting, dat de hemellichamen slechts eenparige cirkelbewegingen konden uitvoeren. Aan deze rationalistische constructie beantwoordden de waargenomen planetenbewegingen echter niet. PLATO stelde nu de vraag: *met behulp van welke hypothetische eenparige cirkelbewegingen kunnen de verschijnselen*

betreffende de planeten worden gered? Oplossingen van dit probleem werden o.a. door EUDOXUS en CALIPPUS gegeven.

Uitgangspunt van deze probleemstelling was de opvatting, dat de bewegingen der planeten voor een afdoende causale verklaring niet vatbaar waren, omdat ze niet in overeenstemming waren met een als evident gevoeld beginsel. Het „redden" van de verschijnselen was een pis-aller.

We vinden reeds vroeg het inzicht, dat dezelfde verschijnselen op verschillende wijze, d.w.z. door middel van verschillende hypotheses, konden worden gered; zo schrijft THOMAS VAN AQUINO (*Summa theologica,* I, qu. 32, art. 1, ad 2):

„Voor een zaak kan op twee manieren een grond worden aangevoerd: ten eerste, om een of ander beginsel afdoend te bewijzen; zo wordt in de physica een grond gegeven, die toestaat te bewijzen, dat de beweging des hemels steeds éénparig is. Ten tweede kan men een grond geven, die weliswaar het beginsel niet afdoend bewijst, maar die aantoont, dat de gevolgtrekkingen uit het reeds onderstelde beginsel uitkomen; zo geeft men in de astronomie als grond voor de hypothese der excentrieken en epicijkels op, dat, wanneer men deze hypothese vooropstelt, de verschijnselen over de hemelbewegingen kunnen worden gered; maar deze grond levert geen afdoend bewijs op, want zij kunnen wellicht ook met behulp van andere hypotheses gered worden."

Dit inzicht was een nieuwe reden, de door PLATO gekarakteriseerde methode — die door de atomisten reeds was toegepast, teneinde de bewegingsverschijnselen tegenover de eleatische kritiek te „redden" — lager aan te slaan dan de causale verklaring, die immers door de te verklaren verschijnselen in beginsel ondubbelzinnig bepaald was. Het „redden" van de verschijnselen beantwoordt volkomen aan de mechanisch-constructieve methode, met dien verstande, dat het geen dynamische, maar kinematische, modellen gebruikt.

Het streven van GALILEI, KEPLER en NEWTON was er op gericht, de verklaring door hypothesen — die uiteraard vooral van belang was voor de verklaring der voor experimenteel onderzoek niet toegankelijke hemelverschijnselen — ook in de astronomie plaats te doen maken voor een verbeterde causale

verklaringsmethode („hypotheses non fingo"). Des te merkwaardiger doet het aan, dat de verklaring door hypothesen in nieuwe gedaante niet alleen spoedig ook in de physica een plaats veroverde, maar zelfs door velen overtuigender werd geacht dan de causale verklaring.

Deze ingrijpende wijziging in de betrekkelijke waardering van de beide verklaringsmethoden verdient wel een nader onderzoek. Te harer verklaring wil ik op een drietal punten wijzen.

Ten eerste moeten we in het oog houden, dat de vervanging van kinematische door dynamische modellen de mechanisch-constructieve methode een veel groter overtuigingskracht verschaft. Nu men hypothesen opstelde, niet slechts omtrent de bewegingen, die zich in de waargenomen verschijnselen afspiegelden, maar ook omtrent de krachten, die deze bewegingen zouden veroorzaken, kreeg men begrijpelijkerwijze de indruk, dat men een volledige causale verklaring leverde.

Ten tweede verloor, tengevolge van een gewijzigde opvatting van de *inductie*, de phaenomenologische methode aan overtuigingskracht. De aristoteliaanse opvatting van de inductie berustte op de overtuiging van een innerlijke verwantschap van de menselijke geest — de νοῦς — met de diepste wereldgrond. Deze innerlijke verwantschap nu zou de menselijke geest in staat stellen, reeds op grond van een zeer oppervlakkige beschouwing van de verschijnselen de diepste oorzaken daarvan te doorgronden. Dit intuïtief opklimmen van de waargenomen verschijnselen tot de diepste oorzaken van die verschijnselen, waartoe de νοῦς ons in staat stelt, noemt ARISTOTELES ἐπαγωγή, *inductie*.

Men kan de eigenaardige opvatting van ARISTOTELES (en ook die van PLATO) van de natuurkennis wellicht het best duidelijk maken door middel van een vergelijking. Iemand heeft een musicus enkele maten horen spelen en weet nu met grote zekerheid, wat er verder zal moeten komen. PLATO verklaart dit met behulp van de onderstelling, dat de hoorder het muziekstuk al eens eerder had gehoord. ARISTOTELES acht een innerlijke verwantschap aanwezig tussen speler en toehoorder. De aanstonds te bespreken moderne opvatting van de

natuurkennis zou beantwoorden aan de mening, dat de hoorder door geregeld concertbezoek langzamerhand een grote ondervinding heeft opgedaan, en dientengevolge weet, welke noot en welk accoord op een gegeven reeks noten pleegt te volgen.

Zoals bekend, hebben enkele natuurkundigen (i.h.b. A. EDDINGTON) de laatste jaren gepoogd, de natuurwetten a priori af te leiden. Deze poging heeft H. DINGLE als een „terugkeer tot Aristoteles" bestreden. Tegen deze qualificatie nu heeft P. HOENEN [1], blz. 437/38, scherp geprotesteerd:

„Hier wordt weer Aristotelisch genoemd, wat zo sterk mogelijk ingaat tegen de principes van den Stagiriet en de grote Aristotelici. Dit zagen we in de loop onzer ontwikkelingen toch wel voldoende: als er één systeem is, dat de hulp der ervaring voor de opbouw ener natuurphilosophie eist, dan is het dat van Aristoteles; krachtens zijn oorsprong, die de ervaring d.i. de wereld van veelheid en verandering totaal wilde redden, krachtens zijn principes, die specificatie juist door ervaring nodig hebben. Een totale a-priori-afleiding der wereld is geen terugkeer tot Aristoteles, zij is in flagrante strijd met zijn principes en zijn geest."

Dit protest kan ik niet als gegrond erkennen. Immers, er moge dan bij den Stagiriet geen sprake zijn van een *totale* a-priori-afleiding, ook bij EDDINGTON is deze niet aanwezig. Maar zowel ARISTOTELES als EDDINGTON zijn van mening, dat zij het muziekstuk niet tot het eind toe behoeven aan te horen, maar dat zij na het horen van enkele maten reeds de concertzaal kunnen verlaten, om thuisgekomen het gehele muziekstuk te reconstrueren; d.w.z.: volgens hen stelt reeds een zeer onvolledige kennisneming van de gegevens der ervaring ons in staat, de meest fundamentele wetmatigheden in de natuurverschijnselen te doorzien, en kunnen wij op de grondslag van dat inzicht in beginsel het gehele verloop der natuurverschijnselen zonder een beroep op verder empirisch onderzoek langs deductieve weg te weten komen. Een passage uit een zeer bekend geworden boekje van J. JEANS ([1]) moge dienen ter verduidelijking van het over de antieke natuurbeschouwing gezegde:

„ . . . . it can hardly be disputed that nature and our conscious mathematical minds work according to the same laws. She does not model her behaviour, so to speak, on that forced on us by our whims and passions, or on that of our muscles and joints, but on that of our thinking minds. This remains true whether our minds impress their laws on nature, or she impresses her laws on us, and provides a sufficient justification for thinking of the universe as being of mathematical design. Lapsing back again into the crudely anthropomorphic language we have already used, we may say that we have already considered with disfavour the possibility of the universe having been planned by a biologist or an engineer; from the intrinsic evidence of his creation, the Great Architect of the Universe now begins to appear as a pure mathematician."

Een paar blzz. eerder heeft JEANS de mededeling van PLUTARCHUS: Πλάτων ἔλεγε τὸν θεὸν ἀεὶ γεωμετρεῖν, („Plato heeft gezegd, dat de Godheid in eeuwigheid de meetkunde beoefent"), aangehaald. Ook bij JEANS dus, evenals bij den Stagiriet, de voorstelling ener verwantschap van de menselijke geest met de wereldgrond. Op een kenmerkend onderscheid, waarin zich bij alle innerlijke verwantschap toch de grote tijdsafstand weerspiegelt, moet echter nog worden gewezen: terwijl ARISTOTELES uitgaat van het bestaan van een redelijke wereldgrond (νοῦς) en nu de menselijke natuurkennis uit de verwantschap van de mensengeest met die wereldgrond verklaart, gaat JEANS op moderne wijze van het menselijk bewustzijn uit, om pas daarna tot de redelijke wereldgrond op te klimmen.

Is dus, zowel voor ARISTOTELES als voor EDDINGTON, de inductie onmisbaar als uitgangspunt van de natuurwetenschappelijke bespiegeling, de haar toegewezen taak is toch zeer bescheiden: ze moet ons in staat stellen, uit een beperkt aantal waarnemingen de fundamentele beginselen af te lezen, die de natuurverschijnselen beheersen; is dit eenmaal geschied, dan is verder empirisch onderzoek in beginsel overbodig; het gezochte stelsel van natuurverklaring kan dan verder door zuivere redenering worden gevonden. De waarneming van de verschijnse-

len heeft dan dus alleen nog maar heuristische of illustratieve betekenis.

De aristoteliaanse inductie is uiteraard geen monopolie van den natuurphilosoof, ze wordt van nature door elk mensenkind uitgevoerd. Vandaar, dat de Stagiriet zich gerechtigd achtte, de verklaringsbeginselen te ontlenen aan het voor-wetenschappelijk bewustzijn.

Tegen deze opvatting van den Stagiriet, die lange tijd de heersende is geweest, heeft Francis BACON gestreden. Tegenover de lichtvaardige en haastige *anticipatio naturae* stelt hij in zijn *Novum Organum* (1620) de *interpretatio naturae*. De anticipaties berusten op weinige, en wel op de ons het meest vertrouwde, feiten; de interpretaties daarentegen vereisen veelvuldige en onderscheiden feiten; zij nemen ons verstand dan ook maar niet zo aanstonds voor zich in, haar uitspraken klinken bijna even hard en onwennig als de geheimenissen des geloofs.

Dat de inductieleer, die BACON tegenover de inductieleer van ARISTOTELES heeft gesteld, voor de ontwikkeling niet die waarde heeft gehad, die hij haar toeschreef, behoeft hier nauwelijks vermelding. Opmerkelijk is echter de scherpte, waarmee hij de tegenstelling tussen de aristoteliaanse en de moderne natuurwetenschap heeft voorzien; de tegenwerpingen, die van de zijde der op den Stagiriet stoelende natuurphilosophie telkens weer tegen de moderne natuurwetenschap worden aangevoerd, berusten grotendeels op anticipatie, op overijlde generalisatie van ervaringsgegevens van beperkte strekking; we zullen daarvan in het volgende dan ook voorbeelden genoeg ontmoeten.

De nieuwere ontwikkeling van de natuurwetenschap heeft dan ook geleid tot de opvatting, dat de menselijke geest niet, zoals ARISTOTELES meende, in staat is, de oorzaken van de verschijnselen prima vista te doorzien. Wij zijn veeleer genoodzaakt, de oorzaken van de verschijnselen, de algemene beginselen, die in de verschijnselen tot uitdrukking komen, door moeizaam, nauwgezet en stelselmatig empirisch onderzoek op te sporen. Het kan ons dan ook niet verwonderen, dat de gevonden wetten van zeer ongelijke evidentie zijn. Men vergelijke in

dit opzicht de beide hoofdwetten van de thermodynamica met de toestandswet van VAN DER WAALS!

De wetten van de newtoniaanse mechanica nu bleken deze evidèntie, toen ze eenmaal ontdekt waren en voortdurend werden toegepast, in zeer hoge mate te bezitten. Deze omstandigheid leidde tot het streven, deze wetten niet alleen bij de behandeling van de bewegingsverschijnselen, maar ook elders, als verklaringsbeginselen te gebruiken.

Ten derde staat de moderne mens anders tegenover de natuur dan de Ouden. Dit valt bijzonder op, wanneer we letten op de behandeling van de vraag, of in de natuurverschijnselen een goddelijke, althans een bezielde, kracht tot uiting komt.

De Ouden beschouwden de strenge natuurcausaliteit (εἱμαρμένη of ἀνάγκη) als een bewijs voor de bezieldheid van de natuur. Zo schrijft CICERO (*de natura deorum* II, 16, 44), in navolging van de stoïcijnen:

„Voor het bewustzijn en het verstand van de sterren getuigt ten duidelijkste hun regelmaat en standvastigheid; want er is niets, dat zonder overleg met regel en mate kan bewegen; en hierin is niets onbezonnens, niets veranderlijks, niets toevalligs. De regelmaat van de sterren echter, en hun standvastigheid in alle eeuwen, wijst noch op een natuurkracht — want ze is vol redelijkheid —, noch op het toeval, dat, als een vriend van de veranderlijkheid, de standvastigheid verfoeit."

Een tegenproef levert de opvatting van EPICURUS. Deze achtte de verschijnselen niet gedetermineerd door een in de natuur werkende goddelijke kracht, maar kende aan de menselijke willekeur een invloed toe op hun verloop. Horen wij nogmaals CICERO (ibid. I, 25, 69):

„Toen Epicurus inzag, dat, als de atomen door hun eigen gewicht naar beneden werden getrokken, niets in onze macht zou staan, vond hij, ten einde aan deze dwang te ontkomen, een middel, dat Democritus blijkbaar was ontgaan. Hij beweert, dat het atoom, terwijl het door gewicht en zwaarte recht naar beneden getrokken wordt, een heel klein beetje afwijkt."

Moderne schrijvers over dit onderwerp huldigen, als bekend, een volkomen tegengestelde opvatting: zij achten het aanvaarden van een strenge natuurcausaliteit onverenigbaar met het

geloof in een goddelijke of geestelijke invloed op de loop der gebeurtenissen. Deze eigenaardige tegenstelling vindt haar verklaring in de omstandigheid, dat de Ouden de Godheid immanent, de modernen haar transcendent, denken.

Een soortgelijke tegenstelling vinden we, als we letten op de opvatting van des mensen ingrijpen in de loop van de natuurverschijnselen, zoals dit vooral plaats vindt in de *techniek*.

Voor de Ouden was nog, evenals voor de primitieven, de techniek iets goddelijks. Goden en halfgoden (bij de Egyptenaren Ptah, Thoth, Imhotep, bij de Grieken Hephaistos, Athene, Asklepios) hebben haar den mensen bijgebracht. De toepassing van de technische kennis door den mens vereist ook telkens weer de bijstand of althans de toelating van de in de natuur werkende goddelijke krachten. Vandaar, dat niet alleen landbouw en zeevaart met hun voor den mens onvoorzienbare risico's, maar ook ondernemingen, welker welslagen naar onze mening door vakkennis en nauwgezetheid voldoende gewaarborgd zou zijn, gepaard gaan met offers en magische handelingen, die met de technische verrichting tot één geheel zijn verbonden.

Geheel anders de moderne, humanistische opvatting (we vinden haar reeds in de Bijbel; zie Genesis 4 : 22), die in de techniek iets specifiek menselijks ziet; men denke aan de definitie van den mens als het levende wezen, dat werktuigen uitvindt, vervaardigt en gebruikt.

Deze opvatting nu leidt tot de voor de moderne natuurwetenschap kenmerkende voorkeur voor de mechanische natuurverklaring. Men meent nl. die verschijnselen te begrijpen, die men in beginsel zelf door middel van een geschikte apparatuur te voorschijn zou kunnen roepen. Het duidelijkst is deze opvatting uitgesproken door HOBBES: „Slechts van die dingen is de mens wetenschap door bewijs toegestaan, welker voortbrenging afhangt van de menselijke willekeur" (*De homine*, X). Ze is door hem en door KANT vooral toegepast bij de fundering van de meetkunde; voor de natuurkunde is een verwante opvatting zeer onlangs door H. DINGLER [2] ontwikkeld.

Het eigenaardige van de mechanicistische opvatting van de natuurverklaring blijkt nog duidelijker, wanneer ook de tegengestelde mening aan het woord komt. Ik citeer een passage uit O. NEURATH [1], die daar overigens een heel andere strekking heeft:

„Man denkt an die Anekdote von einem orientalischen Fürsten, dem man zum ersten Mal ein Automobil erklärte. Er meinte schliesslich: „Nun habe ich alles verstanden, den Druck der Explosion, die Kettenübertragung, ich kann nun ein Automobil lenken, ja sogar reparieren, aber nun ganz im Vertrauen, Herr Ingenieur, *wo steckt das Pferd?*" "

Deze vorst dacht er blijkbaar anders over dan HOBBES; de kennis van het aandrijvingsmechanisme verschafte hem geen bevredigende verklaring van de beweging van de automobiel.

Het is bekend, dat ook in de westerse beschavingskring velen dachten en denken als deze vorst. GOETHE schreef in zijn *Faust:*

Wer will was lebendigs erkennen und beschreiben
Sucht erst den Geist heraus zu treiben,
Dann hat er die Teile in seiner Hand,
Fehlt leider! nur das geistige Band.

Was man an der Natur Geheimnisvolles pries,
Das wagen wir verständig zu probieren,
Und was sie sonst organisieren liess,
Das lassen wir kristallisieren.

Bekend is zijn kritiek op NEWTON'S optica, die door SCHOPENHAUER werd overgenomen. De romantische natuurphilosoof Lorenz OKEN bestreed zelfs NEWTON'S mechanische verklaring van de planetenbeweging: „Nicht durch Stossen und Schlagen schafft ihr die Welt, sondern durch Beleben. Wäre der Planet tot, so könnte er von der Sonne nicht angezogen werden" (naar HEISENBERG [1]).

Al deze opvattingen komen klaarblijkelijk in een geheel nieuw licht te staan, als men in aanmerking neemt, dat door de nieuwste onderzoekingen ook op het gebied van de physica

de mechanisch-constructieve verklaringsmethode niet overal toe te passen is gebleken.

Maar daarbij behoeven we nu nog niet stil te staan. Vergenoegen we ons er voorlopig mee, vast te stellen dat noch de phaenomenologische, noch de mechanisch-constructieve methode, noch de nieuwe methode, die in de jongste tijd uit deze beide door samensmelting is ontwikkeld, ons verklaringsbeginselen leveren, die intuïtief als diepste grond van de waargenomen verschijnselen worden aanvaard. De moderne natuurwetenschap blijft achter bij het door ARISTOTELES gepropageerde ideaal van een causale natuurverklaring.

Het is dus begrijpelijk, dat philosofen, die de invloed van de peripatetische denkwijze door bemiddeling van de wijsgerige traditie op enigerlei wijze hebben ondergaan, met dergelijke methoden van natuurverklaring geen genoegen wensen te nemen, en zoeken naar een systeem van natuurverklaring, dat aan de door den Stagiriet gestelde eisen beter beantwoordt.

Zulke systemen van natuurverklaring zijn evenwel, zoals we hebben gezien, in vroegere perioden van de ontwikkeling der natuurwetenschap bij herhaling opgesteld, en het behoeft ons dan ook niet te verwonderen, dat vele philosofen dergelijke systemen opnieuw aan de verklaring van de natuurverschijnselen ten grondslag trachten te leggen, en dat zij de zo verkregen theorieën, die immers aan zwaardere eisen voldoen dan de theorieën van de moderne natuurwetenschap, als „natuurphilosophie" betitelen.

Het staat natuurlijk een ieder vrij, de moderne natuurwetenschap te verwerpen, althans zich door haar resultaten niet bevredigd te achten, omdat ze niet in staat is gebleken, een natuurverklaring te leveren, die beantwoordt aan de door ARISTOTELES gestelde zware eisen; ook kan men niemand verbieden, de voorkeur te geven aan de peripatetische, de materialistische, de cartesiaanse, de newtoniaanse of de hegeliaanse natuurleer. Echter moge hier nogmaals worden vastgesteld, dat de laatstgenoemde systemen door de natuuronderzoekers verlaten zijn om geen andere reden dan de gebleken onmogelijkheid, met behulp ervan een verklaring te geven van allerlei verschijnselen, die den ontwerpers van die systemen niet be-

kend waren; en bovendien, dat de natuuronderzoekers deze systemen slechts hierom vervangen hebben door theorieën, die aan de door den Stagiriet gestelde eisen niet beantwoorden, omdat de opbouw van een theorie, die aan die eisen zou beantwoorden, en die een volledige verklaring zou leveren van alle waargenomen verschijnselen, niet mogelijk bleek.

Dit blijkt nu door de bedoelde natuurphilosofen in de regel ook wel te worden ingezien; immers, zij poneren hun natuurphilosophie doorgaans niet als een theorie, die de moderne natuurphilosophie zou moeten *vervangen,* maar als een noodzakelijke *aanvulling* van deze laatste.

Daarbij rijst natuurlijk aanstonds de vraag naar de onderlinge verhouding van natuurphilosophie en natuurwetenschap. Aan de bespreking van deze vraag zal ik nog verschillende beschouwingen wijden; hier moge echter iets nader worden ingegaan op de door P. HOENEN [1], ontwikkelde opvatting, die in alle opzichten zeer doordacht en doorzichtig is, en van een grondige kennis van de moderne natuurwetenschap getuigt.

HOENEN onderscheidt (verg. hieronder blz. 57) twee groepen van verklaringsbeginselen.

Ten eerste de *diepste gronden* van de dingen; onze kennis van deze gronden verklaart HOENEN op soortgelijke wijze als ARISTOTELES (men zie daarover zijn studie in *Vraagstukken uit de natuurphilosophie).*

Ten tweede de beginselen, met behulp waarvan we een *onmiddellijke verklaring* geven van de waargenomen verschijnselen; deze beginselen worden gevonden door het stelselmatig onderzoek van die verschijnselen, dat tot de taak van de bijzondere natuurwetenschappen behoort.

Tussen de beginselen van de eerste soort, waarvan het onderzoek toekomt aan de metaphysica, en die van de tweede soort, die ten grondslag liggen aan de door de natuuronderzoekers ontwikkelde theorieën, gaapt een kloof; deze kloof te overbruggen is volgens HOENEN de taak van de natuurphilosophie. HOENEN aanvaardt nu als beginselen van de eerste soort de principia van de aristoteliaans-thomistische wijsbegeerte en stelt zich ten doel, te bewijzen, dat de aan de

natuurwetenschappelijke theorieën ten grondslag liggende beginselen van de tweede soort te beschouwen zijn als *specificaties* van deze principia, en niet als specificaties van het mechanicisme van DEMOCRITUS en DESCARTES.

In hoofdstuk III zal ik enkele bezwaren aanvoeren tegen HOENEN'S programma in zijn geheel; in hoofdstuk VI zal ik de gronden aanvoeren, waarop ik de opvatting van de beginselen der huidige natuurwetenschappelijke theorieën als specificaties van peripatetische principia moet verwerpen.

Hier moge iets worden gezegd over het „eliminatieprincipe", dat HOENEN bij zijn analyse van de physische theorieën gebruikt.

Het mechanicisme heeft, zoals we hebben gezien, den natuuronderzoekers van de laatste drie eeuwen steeds als voorbeeld voor ogen gestaan, en hun theorieën bevatten dan ook tal van mechanicistische bestanddelen. Om nu te laten zien, dat deze theorieën niettemin door specificatie van peripatetische beginselen kunnen worden verkregen, past HOENEN het *principe van eliminatie van overbodige elementen ener theorie* toe, dat hij (a.w. blz. 237) als volgt formuleert:

„Als een physische theorie uit verschillende elementen (groepen van elementen) bestaat, die van elkaar gescheiden kunnen worden, en als het weglaten van één of meer dezer elementen (groepen) geen invloed heeft op die conclusies, die door de ervaring bevestigd worden, dan winnen deze elementen (groepen), door die nog zo zekere bevestiging der theorie, globaal genomen, niets aan waarschijnlijkheid."

HOENEN betoogt nu, dat de mechanicistische bestanddelen van de physische theorieën in de zin van dit beginsel overbodige elementen zijn.

DIJKSTERHUIS (in De Gids *104*, 1940) wijst er op, dat het eliminatie-beginsel ook voor HOENEN'S eigen opvatting gevaarlijk is: „Het lijkt niet ondenkbaar, dat een volgend natuurphilosoof het door den schrijver zo virtuoos gehanteerde wapen, dat hij het eliminatieprincipe noemt, tegen hem zelf zal keren en dat hij zal trachten, de theorie van potentie en act als een overbodig element uit de leer der verandering te elimineren." En LUYTING (*Tijdschrift voor Philosophie* I, 1939)

merkt op, dat consequente toepassing ervan tot aanvaarding van het door HOENEN zo fel bestreden positivisme moet leiden.

HOENEN zal op deze tegenwerpingen waarschijnlijk antwoorden: ik erken, dat men uit de natuurwetenschappelijke theorieën wellicht óók de door mij daarin aangewezen peripatetische elementen zou kunnen elimineren; wat dan over zou blijven, ware echter een zuivere *beschrijving* van de wetmatigheden in de waargenomen verschijnselen zonder enige explicatieve waarde.

Hetzelfde argument kan echter de mechanicist tegen HOENEN aanvoeren; deze immers kent slechts explicatieve kracht toe aan de (elimineerbare) herleiding van de waargenomen verschijnselen tot krachten en bewegingen (verg. blz. 20).

Het gaat den mechanicisten en den peripatetici in de grond niet anders, dan den oostersen vorst, dien ik in het bovenstaande sprekend heb ingevoerd. Deze vorst had de werking van het bewegingsmechanisme van de automobiel volkomen doorzien; dit inzicht verschafte hem echter geen bevredigende verklaring van de beweging van het voertuig, omdat hij het niet kon opvatten als een specificatie van het enige voor hem aanvaardbare bewegingsbeginsel, van de diepste grond van alle bewegingsverschijnselen: het *paard*. Wat voor dezen vorst het paard was, zijn voor de mechanicisten de *atomen*, voor de peripatetici de vier ἀρχαί van ARISTOTELES: *stof*, *vorm*, (werk-) *oorzaak* en *doel*.

Vooral het mechanicisme is in het verleden een waardevol heuristisch hulpmiddel geweest bij het zoeken naar theorieën ter verklaring van de waargenomen verschijnselen. De opvatting, dat alleen het mechanicisme toelaatbare verklaringsbeginselen zou kunnen leveren, moet echter als een dogmatisch vooroordeel worden beschouwd en kan de ontwikkeling van de natuurkunde niet bevorderen. Niet anders staat het m.i. met de peripatetische natuurbeschouwing en met het kantianisme en het hegelianisme.

AANHANGSEL

We hebben gezien, dat de ontwikkeling van de natuurkundige theorieën vaak het elimineren van voor de verklaring van de waargenomen verschijnselen overbodige elementen uit de bestaande theorieën vereist. Zeer frappante voorbeelden daarvan vinden we in de wordingsgeschiedenis van de (bijzondere en algemene) relativiteitstheorie en van de quantumtheorie.

Maar dan zal het wenselijk zijn, dat men bij het opstellen van nieuwe theorieën reeds van de beginne aan het invoeren van zulke overbodige elementen vermijdt.

Met het stelselmatig vermijden van overbodige elementen is men pas in de laatste halve eeuw volledig ernst gaan maken. Mede daardoor hebben de moderne natuurkundige theorieën een eigenaardig karakter gekregen, dat afwijkt van dat van de oudere natuurwetenschap.

Onder het *verklaren* van een natuurverschijnsel placht men in het verleden te verstaan het herleiden van dat verschijnsel tot een als evident aangemerkt beginsel. Verklaren was herleiden van het onbekende en onbegrepene tot het bekende en vertrouwde.

De verklaringsbeginselen worden daarom ontleend aan de gewone, algemeen-menselijke, indervinding. Het is opmerkelijk, dat er desniettegenstaande een eigenaardige verschuiving in de keuze van de verklaringsbeginselen is vast te stellen.

In de oudste periode van de griekse wijsbegeerte ziet de mens zich in de eerste plaats als maatschappelijk wezen. In overeenstemming daarmee beschouwt hij de kosmos als één grote maatschappij, die niet alleen de mensen, maar tevens de gehele levenloze en levende natuur, alsmede de Godheid, omvat.

Zo schrijft CICERO: „Pythagoras en Empedocles verklaren, dat er één en dezelfde rechtsorde is voor alle levende wezens, en zij verkondigen, dat niet uit te boeten straffen hun boven het hoofd hangen, door wier hand een levend wezen geweld is aangedaan." (*De republica* III, 11, 19).

Op nog radicaler wijze wordt dezelfde opvatting uiteengezet

in de bekende uitspraak van ANAXIMANDER: „Datgene, waaruit het ontstaan der dingen is, daarin is ook noodzakelijk hun ondergang; want zij geven elkaar boete en vergelding naar de orde des tijds" (DIELS [1], 2 A 9).

De kosmische maatschappij wordt beheerst door een goddelijke wet, waaraan de menselijke wetten haar rechtskracht ontlenen. HERACLITUS drukt dit als volgt uit: „Alle menselijke wetten voeden zich uit de éne goddelijke wet" (DIELS [1] 12 B 14).

Deze goddelijke wet nu sluit in:

1. een regel voor het normale verloop der dingen;
2. een regel, die voor elke afwijking van het normale verloop der dingen een compensatie vastlegt.

Deze *wet der compensatie* — die men nog bij Ralph Waldo EMERSON kan aantreffen — waarborgt de *kosmische harmonie*. Op deze wet der compensatie — de term is van EMERSON — zinspeelt ook PLATO, *Timaeus* 32 A: „Al die dingen worden de oorzaak van ziekten, wanneer het bloed zich niet uit spijzen en dranken in stand houdt, maar uit verkeerde dingen zijn gewicht krijgt tegen de wetten der natuur in." Ik ontleen de vertaling aan CLAY [1], blzz. 17/18, waar er op wordt gewezen, dat de term „natuurwet" hier niet in de thans gangbare zin wordt gebruikt. De ziekte is hier de met noodzaak intredende sanctie op een overtreding van de kosmische wet.

De uitspraken van ANAXIMANDER en van HERACLITUS bewijzen, dat men niet de oorspronkelijk uitsluitend op de menselijke samenleving toegepaste juridische begrippen achteraf naar aanleiding van wijsgerige speculatie op het reeds als een geordende, door natuurwetten beheerste, kosmos beschouwde heelal heeft overgedragen, maar dat integendeel, zoals de beroemde rechtsphilosoof HANS KELSEN in een meesterlijke studie (KELSEN [1]; over verwante opvattingen in Egypte KRISTENSEN [1], i.h.b. blzz. 67 vv.) op overtuigende wijze heeft aangetoond, de juridische begrippen oorspronkelijk gelijkelijk op de menselijke samenleving en op de levende en de levenloze natuur zijn toegepast.

Deze sociomorphe kosmologie houdt verband met de antieke opvatting, volgens welke overal in de stoffelijke natuur een

bezielde kracht aanwezig is *(hylozoïsme)*. Zo schrijft CICERO aan PYTHAGORAS de leer toe, dat de Godheid een het heelal doordringende ziel zou zijn, waarvan de mensenzielen afgescheiden delen zijn; bij ARISTOTELES blijkt, dat ook vele lateren, evenals reeds THALES, de ziel als een bewegingsbeginsel beschouwden (ARISTOTELES, *De anima* A 2).

De sociomorphe kosmologie beantwoordt aan de zgn. kosmische beschouwingswijze. Ze is dan ook met de laatste ten onder gegaan; uit de wet der compensatie zijn toen door differentiatie de begrippen „causaliteit" en „natuurwet" en de voorstelling van een, onafhankelijk van menselijke inzetting geldig, „natuurrecht" ontstaan.

In de dan volgende periode van het kosmisch-transcendente denken wordt de mens zich van zijn persoonlijkheid bewust, wat van grote invloed is op de natuurphilosophie. Zo wordt reeds bij EMPEDOCLES en bij ANAXAGORAS niet langer de maatschappij, doch het menselijk individu, als „model" voor de kosmos gebruikt; „liefde" en „haat", „redelijk overleg" (νοῦς), zijn thans de verklaringsbeginselen. Geheel in dezelfde lijn liggen de teleologische natuurbeschouwing van ARISTOTELES en zijn reeds besproken νοῦς-leer. In dit verband worde nog vermeld, dat PROTAGORAS uitdrukkelijk „den mens als maat van alle dingen" aanmerkt, en dat PLATO het menselijk individu als „model" der maatschappij gebruikt (*Res publica*, 544 A).

Alleen bij de atomisten vinden we een meer abstracte en daardoor zeer modern aandoende — in de Oudheid ook weinig gewaardeerde — natuurbeschouwing, die vooral onder eleatische invloed zal zijn ontstaan.

In de nieuwere tijd ondervond de natuurwetenschap de invloed van de techniek en ook dit is aan de gebruikte verklaringsbeginselen duidelijk te merken. Men streefde er naar, mechanismen te verzinnen, die zich juist zouden gedragen als de in de natuur aangetroffen systemen. Typerende voorbeelden daarvan vindt men in de aethertheorieën der 19de eeuw, (VAN DER WAALS [1]). Het streven, de mechanische verklaringsbeginselen óók buiten het terrein van de natuurwetenschappen aan de verklaring van de verschijnselen ten grond-

slag te leggen, leidde tot de ontwikkeling van het materialisme van CABANIS, HOLBACH, VOGT, MOLESCHOTT, BÜCHNER e.a.

We kunnen dus, lettende op de toegepaste verklaringsbeginselen, in de oudere natuurwetenschap drie phasen: een sociomorphe, een anthropomorphe en een mechanicistische phase, onderscheiden. In elk van deze drie phasen ontleende men de verklaringsbeginselen aan een gebied van dagelijkse ondervinding. Ter illustratie fingeer ik een verklaring van de electrostatische aantrekking, waarbij ik ter vergelijking ook de thans gangbare verklaring vermeld.

ANAXIMANDER en HERACLITUS zouden hebben gezegd: de kosmische wet eist, dat gelijk geladen deeltjes zich ver van elkaar, tegengesteld geladen deeltjes zich dicht bij elkaar, moeten bevinden; overtreden die deeltjes deze wet, dan worden zij door de Erinyen naar de hun toegewezen plaats toegedreven.

EMPEDOCLES zou hebben kunnen zeggen: elk deeltje is vervuld van haat tegen gelijk geladen, van liefde tegenover tegengesteld geladen, deeltjes.

ARISTOTELES: de natuur streeft naar neutralisatie van tegengestelde lading en tracht opeenhoping van gelijknamige lading te vermijden.

DESCARTES kon hebben gezegd: een positief geladen lichaam stoot (onzichtbare) partikeltjes uit, een negatief geladen lichaam zuigt deze op. Bovendien is de gehele ruimte gevuld met dergelijke partikeltjes, welker snelheden gelijkmatig over alle richtingen zijn verdeeld. Plaatst men nu een positief geladen (links) en een even grote, even sterk negatief geladen bol (rechts) naast elkaar, dan zal het volgende gebeuren. De positief geladen bol wordt getroffen door uit de wereldruimte van links komende partikeltjes, de van rechts uit de wereldruimte komende deeltjes worden echter door de andere bol afgeschermd; de positief geladen bol wordt dus naar rechts geduwd; evenzo de negatief geladen bol naar links.

Plaatst men daarentegen twee positief geladen bollen naast elkaar, dan gebeurt er iets anders. De door de linkerbol uitgestoten partikeltjes worden door de rechterbol teruggekaatst,

treffen de linkerbol opnieuw en worden nu naar rechts teruggekaatst, terwijl de bollen steeds maar doorgaan met het uitstoten van partikeltjes. Tussen de beide bollen ontstaat er dus een zeer dichte heen en weer gaande stroom van partikeltjes, die bv. de linkerbol sterker naar links duwt, dan hij door de uit de wereldruimte komende partikeltjes naar rechts wordt geduwd. In dit geval resulteert er dus een afstoting van de beide bollen.

Het geval van twee negatief geladen bollen wordt op overeenkomstige wijze behandeld. Tussen de beide bollen ontstaat er een tekort aan partikeltjes, zodat bv. de linkerbol door de uit de wereldruimte komende partikeltjes naar rechts wordt geduwd.

LORENTZ, tenslotte, zegt in zijn electronentheorie:

$$\text{(I)} \quad \operatorname{div} \mathbf{d} = 0 \text{ (voor de vrije aether)}$$

$$\text{(Ia)} \quad \operatorname{div} \mathbf{d} = \rho \text{ (voor het inwendige van het electron)}$$

$$\text{(II)} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\text{(III)} \quad \operatorname{rot} \mathbf{h} = \frac{1}{c} . \mathbf{c} = \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}} + \rho \mathbf{v})$$

$$\text{(IV)} \quad \operatorname{rot} \mathbf{d} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{h}}$$

$$\text{(V)} \quad \operatorname{div} \mathbf{h} = 0$$

$$\text{(VI)} \quad \mathbf{f} = \mathbf{d} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}. \mathbf{h}].$$

Tegen het mechanicisme zijn twee vormen van reactie opgetreden, één buiten het terrein van de natuurwetenschap, één daar binnen.

Buiten het terrein van de natuurwetenschap vinden we de reactie, die uitgaat van het idealisme van FICHTE, SCHELLING en HEGEL, dat de verklaringsbeginselen wil ontlenen aan het geestesleven en als zodanig dus de kategorieën van de geest aanvoert. In de natuurwetenschap leidt dit streven tot een terugkeer naar een reeds lang overwonnen standpunt, tot de aanvaarding van anthropomorphe verklaringsbeginselen. Van-

daar, dat het idealisme tot de ontwikkeling van de natuurwetenschap vrijwel niets heeft bijgedragen.

Binnen de natuurwetenschap vinden we — tegen 1900, dus veel later — het *energetisme* van E. MACH, W. OSTWALD, P. DUHEM dat streeft naar de volledige eliminatie van de voor de verklaring van de verschijnselen overbodige elementen uit de natuurkundige theorieën. De energetisten verlangen van de natuurkunde geen *verklaring,* doch slechts een *beschrijving,* van de waargenomen verschijnselen, d.w.z., ze verwerpen de constructieve en erkennen alleen de phaenomenologische theorieën; i.h.b. verwerpen ze de atoomtheorie.

Met dit laatste zijn de energetisten echter ongetwijfeld te ver gegaan. Niet alleen is door de experimenten van PERRIN [1] e.a. de realiteit van de atomen buiten twijfel gesteld, ook overigens kan de natuurwetenschap een voorzichtige toepassing van de constructieve methode niet ontberen.

BROUWER wijst er nl. op, dat de betekenis van een theorie niet hierin is gelegen, dat zij een wonderlijk verschijnsel tot een minder wonderlijk verschijnsel herleidt, ook niet in de overzichtelijkheid, waarmee zij de reeds voorhanden empirische gegevens tot één geheel bijéénvoegt, maar vooral daarin, dat zij een nieuw veld van inductie opent, richtlijnen geeft voor verder onderzoek van de verschijnselen. De atoomtheorie munt nu juist uit door haar buitengewoon grote heuristische waarde; zij heeft bv. richting gegeven aan het scheikundig onderzoek, heeft VAN DER WAALS gebracht tot het opstellen van de naar hem genoemde toestandsvergelijking en heeft tenslotte aanleiding gegeven tot de reeds vermelde onderzoekingen van PERRIN.

Toch heeft het streven naar een beschrijving in plaats van een verklaring — verklaring nu opgevat in de zin van een herleiding van het onbekende en onbegrepene tot het bekende en vertrouwde — van de verschijnselen grote invloed op het natuurwetenschappelijk onderzoek gekregen; aan dit streven dankt de moderne natuurkunde haar „positivistisch" karakter.

Men gaat echter niet zo ver, dat men bij de opbouw van een natuurkundige theorie elke onderstelling vermijdt, tot welker toetsing men geen kans ziet; men vermijdt slechts — maar dan

ook met de grootste stelselmatigheid — die onderstellingen, welker toetsing door de bekende natuurwetten wordt belet. Dergelijke onderstellingen pleegt men als „zinloos" aan te duiden.

Zo is het op grond van de bekende natuurwetten niet mogelijk, de temperatuur van één enkel molecule te meten. Om de temperatuur van een voorwerp te meten, moet dit voorwerp nl. met een thermometer in warmte-evenwicht verkeren, en daarvan kan alleen sprake zijn, als het voorwerp uit een groot aantal moleculen bestaat. Een onderstelling over de temperatuur bv. van de afzonderlijke moleculen, waaruit een vloeistof bestaat, wordt daarom als zinloos beschouwd.

Het is duidelijk, dat de betekenis van de term „zinloos" relatief is; welke onderstellingen wij als zinloos moeten verwerpen, hangt ervan af, welke natuurwetten ons bekend zijn. Het is duidelijk, dat, naar mate er meer natuurwetten aan het licht komen, men meer onderstellingen als zinloos zal moeten verwerpen. *Het is dus te verwachten, dat de natuurwetenschap àl positivistischer zal worden.*

Een verklaring in de zin van een herleiding van het onbekende en onbegrepene tot het bekende en vertrouwde verschaffen de huidige natuurkundige theorieën niet en van de toekomstige theorieën is zulk een verklaring nog veel minder te verwachten.

Toch zou het onjuist zijn, te beweren, dat deze theorieën ons geen inzicht in, geen begrip van, de waargenomen verschijnselen verschaffen. Immers, ook de bijval, die bv. de anthropomorphe verklaringsbeginselen vonden en nog vinden, ontleent zijn grond niet daaraan, dat deze beginselen ons door de intuïtie ingegeven worden, dan wel aangeboren of a priori geldige inzichten zijn, maar uitsluitend aan de omstandigheid, dat deze beginselen ons door een langdurige, algemene menselijke, vóór-wetenschappelijke, ondervinding zo zeer vertrouwd zijn.

Het voorbeeld van de oudere, mechanicistische, natuurkunde is in dit opzicht uiterst leerzaam. Aanvankelijk vonden haar beginselen bij de philosophen maar weinig bijval, doch na ver-

loop van tijd vonden ze in zulk een mate ingang, dat reeds KANT ze tot de rang van a priori geldige beginselen verhief.

Zo kan het ook met de beginselen van de moderne natuurkunde gaan. Wanneer men zich eenmaal met deze beginselen en met hun toepassing voldoende vertrouwd heeft gemaakt, zal men de herleiding van een verschijnsel tot deze beginselen als een verklaring van dat verschijnsel gaan gevoelen. ARISTOTELES (*Metaphysica* A 1) schrijft: „de leek is verwonderd, dat de zijde en de diagonaal van een vierkant geen gemene maat hebben; de wiskundige zou zich veeleer verwonderen, als ze wèl een gemene maat hadden." Thans zou men deze uitspraak aldus kunnen paraphraseren: „de leek is verwonderd, dat een stofdeeltje op een gegeven ogenblik niet zowel een bepaalde plaats als een bepaalde impuls bezit; de physicus zou zich weleer verbazen, als het die wèl bezat."

II. LOGISCHE HULPMIDDELEN

In de volgende hoofdstukken zal ik bij herhaling gebruik moeten maken van de begrippen, die door de nieuwe logica zijn ontwikkeld; ook zal ik mij nu en dan beroepen op de resultaten, die door toepassing van de voor deze logica kenmerkende methode zijn verkregen. Van een volledige reproductie van de onderzoekingen, die op de grondslag van de moderne logica *(symbolische logica* of *logistiek)* zijn verricht, kan in het bestek van een boek als dit natuurlijk geen sprake zijn; kennis van deze logica zal in de volgende hoofdstukken ook niet worden ondersteld. Wel echter is het gewenst, den lezer althans een algemene indruk te verschaffen van de aard der door de moderne logica toegepaste begrippen en methoden en hem een overzicht te geven van het gebouw van die logica in zijn geheel.

Dit laatste is te meer gewenst, omdat verreweg de meeste logische publicaties van onze tijd, ook de zeer uitvoerige, slechts een bijzonder aspect van het logistisch onderzoek vertegenwoordigen. In dit hoofdstuk wil ik daarom een zeer eenvoudig logisch systeem — de zgn. *logica der beweringen* — bespreken, maar dit systeem dan ook van verschillende kanten belichten, zodat de voor ons doel belangrijke logische begrippen in onderling verband ter sprake komen.

De opbouw van een logisch stelsel pleegt te beginnen met de constructie van een *tekensysteem.* De *bouwstenen* van het door ons te gebruiken tekensysteem zijn de hieronder afgebeelde tekens:

N, D, A, C, x, y, z, u, v, w, ...

Uit deze bouwstenen bouwen we nu bepaalde tekencombinaties op, die als *uitdrukkingen* zullen worden aangeduid. Deze

opbouw geschiedt volgens zekere vaste regels, die ik aanstonds zal vermelden.

Vooraf worde echter vastgesteld, dat we de zojuist *afgebeelde* tekens voortaan opv. zullen *aanduiden* door de hieronder afgebeelde symbolen (men zal opmerken, dat ik nu niet het woord „teken", maar het woord „symbool" gebruik; van een teken wordt slechts ondersteld, dat men zijn gedaante te allen tijde kan herkennen; een symbool is een teken, dat iets aanduidt):

„*N*", „*D*", „*A*", „*C*", „*x*", „*y*", „*z*", „*u*", „*v*", „*w*", ...

Anders gezegd: de tekens, afgebeeld op regel 10 van deze bladzijde, zijn de *namen* van de tekens, afgebeeld op blz. 43.

Een willekeurige tekencombinatie zal worden aangeduid door een van de hieronder afgebeelde symbolen:

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \ldots$.

Verder duidt $N\alpha$ aan de tekencombinatie, die ontstaat, als we het teken „*N*" en de tekencombinatie α in deze volgorde naast elkaar plaatsen; $D\alpha\beta$ de tekencombinatie, die ontstaat, als we het teken „*D*", de tekencombinatie α en de tekencombinatie β in deze volgorde naast elkaar plaatsen; de tekencombinaties $A\alpha\beta$ en $C\alpha\beta$ worden op overeenkomstige wijze gedefiniëerd.

De regels, volgens welke de *uitdrukkingen* worden opgebouwd, — de zgn. *vormregels* —, kunnen nu als volgt worden geformuleerd:

*V*1) de bouwstenen „*x*", „*y*", „*z*", „*u*", „*v*", „*w*", ... zijn uitdrukkingen;
*V*2) is α een uitdrukking, dan ook $N\alpha$;
*V*3) zijn α en β uitdrukkingen, dan ook $D\alpha\beta$, $A\alpha\beta$ en $C\alpha\beta$;
*V*4) niets is een uitdrukking, tenzij krachtens de regels *V*1) — 4).

Uitdrukkingen zijn derhalve o.a. de hieronder afgebeelde tekencombinaties:

x, y, z, u, v, w, Nx, Ny, Nz, NDxy, NAxy, NCxy, Dxy, DNxy, DxAyz, DNxCyz,

Axy, $AxNy$, $ANxDyz$, $ADNxNyDzu$,
Cxy, $CNxNy$, $CANxNyDyz$.

In het volgende zullen willekeurige uitdrukkingen als P, Q, R, ... worden aangeduid.

Opmerking. Gewoonlijk gebruikt men een andere notatie en schrijft bv. in plaats van de juist afgebeelde tekencombinaties:

$$x,\ y,\ z,\ u,\ v,\ w,\ \bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z},\ \overline{xvy},\ \overline{x \,\&\, y},\ \overline{x \to y},$$
$$xvy,\ \bar{x}vy,\ xv(y \,\&\, z),\ \bar{x}v(y \to z),$$
$$x \,\&\, y,\ x \,\&\, \bar{y},\ \bar{x} \,\&\, (yvz),\ (\bar{x}v\bar{y}) \,\&\, (zvu),$$
$$x \to y,\ \bar{x} \to \bar{y},\ (\bar{x} \,\&\, \bar{y}) \to (yvz).$$

Deze notatie heeft het voordeel van grotere leesbaarheid. Ze vereist echter het gebruik van haakjes — die hier, evenals in de algebra, dienen om de volgorde van de „bewerkingen" aan te duiden —, wat tot grote complicaties leidt bij de formulering van de vormregels. Om deze reden zal hier de door LUKASIEWICZ gevonden haakloze notatie worden gebruikt. —

De zojuist afgebeelde tekens betekenen nog niets. We gaan van deze tekens nu echter een *interpretatie* geven; ik gebruik met opzet dit woord, omdat het woord „vertaling" te sterk zou zijn. Aangenomen wordt, dat de lezer weet, wat natuurlijke getallen zijn en hoe zij door cijfers worden aangeduid, voorts, wat een even, resp. oneven, natuurlijk getal is, en welke natuurlijke getallen even, welke oneven, zijn.

We voeren nu nieuwe tekens in, t.w. de hieronder afgebeelde:

p_1, p_2, p_3, p_4 .... p_n ....

(opv. aan te duiden als „p_1", „p_2"..... „p_n".....); we vervangen de tekens „x", „y", „z" .... op alle mogelijke manieren door deze nieuwe tekens, waardoor uit de uitdrukkingen nieuwe tekencombinaties, w.o. de hieronder afgebeelde:

p_1, p_7, p_{20}, Np_4, Np_9, Np_{18},
Dp_1p_5, Dp_2Np_4,
Ap_3p_4, Ap_5Np_6,
$CDp_3p_8ANp_4Np_7$.

ontstaan: willekeurige tekencombinaties van deze soort duiden we aan als P', Q', R', ... Wat onder NP', $DP'Q'$, $AP'Q'$, $CP'Q'$ wordt verstaan, zal duidelijk zijn.

Uit één en dezelfde uitdrukking P verkrijgt men op de aangegeven wijze verschillende tekencombinaties P' van de nieuwe soort; we duiden deze aan als *concretiseringen* van P.

We stellen nu de volgende *semantische regels* op:

*S*1) „p_n" is *waar*, als n even; *onwaar*, als n oneven is;
*S*2) NP' is *waar*, als P' onwaar, *onwaar*, als P' waar is.
*S*3) $DP'Q'$ is *waar*, als P' en Q' hetzij beide, hetzij één van beide waar zijn; *onwaar*, als P' en Q' beide onwaar zijn;
*S*4) $AP'Q'$ is *waar*, als P' en Q' beide waar zijn; *onwaar*, als P' en Q' hetzij beide, hetzij één van beide onwaar zijn;
*S*5) CPQ is *waar*, als P en Q hetzij beide waar, hetzij beide onwaar zijn, en als P onwaar, Q waar is; *onwaar*, als P waar, Q onwaar is.

Door deze regels wordt voor elke concretisering van een uitdrukking op ondubbelzinnige wijze vastgelegd, of zij waar, dan wel onwaar is.

Het bewijs van deze stelling zou mij natuurlijk te ver voeren. Wel moge ik haar juistheid aannemelijk maken, door te laten zien, hoe men de „waarheidswaarde" van de concretisering „$CDp_3p_8ANp_4Np_7$" (zo duid ik de tussen de aanhalingstekens geplaatste tekencombinatie aan) op grond van de regels *S*1) — 5) bepaalt.

Volgens regel *S*1) is „p_3" onwaar, „p_8" waar, „p_4" waar, „p_7" onwaar.
Volgens regel *S*2) is „Np_4" onwaar, „Np_7" waar.
Volgens regel *S*3) is „Dp_3p_8" waar.
Volgens regel *S*4) is „ANp_4Np_7" onwaar.
Volgens regel *S*5) is „$CDp_3p_8ANp_4Np_7$" onwaar.

Op de grondslag der concretisering kunnen wij nu in de eerste plaats voor ons logisch systeem het begrip *gevolgtrekking* invoeren. Vooraf nog het volgende. Zijn P, Q, R, uitdrukkingen en vervangen we de tekens „x", „y", ... op bepaalde wijze door tekens „p_m", „p_n".....; gaan daarbij P, Q,

R .... opv. over in P', Q', R'; dan heten P', Q', R', ... *overeenkomstige concretiseringen* van P, Q, R. Nu zeggen we:

De uitdrukking T heet een *gevolgtrekking* uit de uitdrukkingen P, Q, R, ..., als, indien P', Q', R', ... T' overeenkomstige concretiseringen van P, Q, R, ... T zijn, en P', Q', R' .... waar zijn, T' steeds ook waar is.

Opmerking 1. Men kan blijkbaar zeggen: „p_n" betekent: n is even; „Np_n" betekent: n is oneven; „Dp_mp_n" betekent: m is even of n is even; „Ap_mp_n" betekent: m is even en n is even; „Cp_mp_n" betekent: als m even is, is n even; enz.

Opmerking 2. De hierboven toegepaste methode is de enige tot dusver bekende logisch houdbare wijze, het begrip *waarheid* in te voeren. Ze is gevonden door A. TARSKI ([1], [2]).

Opmerking 3. De in het bovenstaande gegeven definitie van het begrip *gevolgtrekking* sluit zich op zo nauw mogelijke wijze bij de intuïtieve voorstelling aan, die wij met het woord „gevolgtrekking" verbinden. Ook deze definitie is in beginsel door TARSKI gegeven. —

Ingevolge de zojuist gegeven definitie zijn P en Q gevolgtrekkingen uit APQ, is DPQ een gevolgtrekking uit P, Q een gevolgtrekking uit CPQ en P.

Bij deze definitie is evenwel een beroep gedaan op een bepaald procédé van concretisering. Dit procédé was ten duidelijkste zeer willekeurig gekozen. We hadden de regel $S1$) ook als volgt kunnen vastleggen:

$S1a$) „p_n" is *waar*, als n een priemgetal is; *onwaar*, als n geen priemgetal is.

We hadden in plaats van de tekens „p_n" ook tekens „q_{mn}" kunnen nemen en hadden dan bv. kunnen vaststellen:

$S1b$) „q_{mn}" is *waar*, als $m = n$; onwaar, als $m \neq n$;

of evengoed:

$S1c$) „q_{mn}" is *waar*, als $m > n$; *onwaar*, als $m \leqq n$.

Duiden we met λ, μ, ν, ... willekeurige punten in het platte vlak aan, dan hadden we in plaats van de tekens „p_n" ook tekens „$r(\lambda, \mu, \nu)$" kunnen nemen met de regel:

$S1d)$ „$r(\lambda, \mu, \nu)$" is *waar*, als λ, μ, ν collineair zijn; onwaar, als ze niet collineair zijn.

Niettegenstaande deze geheel verschillende wijze van concretiseren zou echter het begrip *gevolgtrekking* precies eender zijn uitgevallen. D.w.z., is volgens de oorspronkelijke regels T een gevolgtrekking uit $P, Q, R, \ldots$, dan is ze dat ook, als we regel $S1)$ door één van de regels $S1a) - S1d)$ vervangen.

Het ligt daarom voor de hand, dat we ons afvragen, of het begrip *gevolgtrekking* niet kan worden ingevoerd, zonder dat men een beroep doet op zulk een procédé van concretisering. Dit is inderdaad mogelijk; men moet daartoe het procédé van concretisering door een *deductieproces* vervangen; dit deductieproces beantwoordt aan wat de oudere logica als een redenering of (minder juist) als een denkproces pleegt aan te duiden.

Een exacte behandeling van het deductieproces is mogelijk, als men dit proces opgebouwd denkt uit elementaire bewijsstappen; van deze methode zullen wij dan ook gebruik maken. Deze methode is door G. GENTZEN in een bijzonder fraaie vorm gebracht. Ik voer op de door hem aangegeven wijze nog een nieuw teken, het teken O, in, dat geacht kan worden, de absurditeit te vertegenwoordigen. Men stelt nu een aantal zgn. *deductieregels* op, waarvan de voornaamste zijn:

$D1)$ NP is een *onmiddellijke conclusie* uit P en O;
$D2)$ O is een *onmiddellijke conclusie* uit P en NP;
$D3)$ DPQ is een *onmiddellijke conclusie* uit P; ook uit DQP;
$D4)$ APQ is een *onmiddellijke conclusie* uit P en Q; AQP, P en Q zijn *onmiddellijke conclusies* uit APQ;
$D5)$ Q is een *onmiddellijke conclusie* uit CPQ en P;
$D6)$ is Q een *onmiddellijke conclusie* uit P en R, dan is CPQ een *onmiddellijke conclusie* uit R;

en stelt nu de volgende definitie van het begrip *afleidbaar* op:

De uitdrukking T heet *afleidbaar* uit de uitdrukkingen $P, Q, R, \ldots\ldots$, als T behoort tot elke verzameling van uitdrukkingen, die

a) de uitdrukkingen $P, Q, R, \ldots$. bevat;

b) tegelijk met één of meer uitdrukkingen ook elke onmiddellijke conclusie daaruit bevat.

Minder exact, maar suggestiever: T heet *afleidbaar* uit $P, Q, R, \ldots$, als het mogelijk is, door herhaalde toepassing van de regels $D1) — 6)$ T uit $P, Q, R, \ldots$ (haar praemissen) te verkrijgen.

Bij de practische toepassing van het begrip *gevolgtrekking* maakt men in de regel gebruik van een aantal uitdrukkingen, die men als *logische identiteiten* (minder juist als *tautologieën*) aanduidt. Gaat men uit van het procédé der concretisering, dan onderscheiden deze uitdrukkingen zich door de eigenaardigheid, dat ze bij elke concretisering waar worden. Dientengevolge zijn ze volgens de definitie van het begrip *gevolgtrekking* te beschouwen als gevolgtrekking uit elke verzameling van uitdrukkingen.

Gaat men uit van het deductieproces, dan is het definiërend kenmerk van de logische identiteiten, dat ze afleidbaar zijn uit elke verzameling van uitdrukkingen.

We willen nu het systeem der logische identiteiten iets nader beschouwen. Dit systeem blijkt in de volgende zin *axiomatiseerbaar* te zijn.

I1) De uitdrukkingen:

a) *CPCQP*
b) *CCPCPQCPQ*
c) *CCPQCCQRCPR*
d) *CAPQP*
e) *CAPQQ*
f) *CCPQCCPRCPAQR*
g) *CPDPQ*
h) *CQDPQ*
i) *CCPRCCQRCDPQR*
k) *CCPQCNQNP*
l) *CPNNP*
m) *CNNPP*

zijn logische identiteiten;

I2) vervangt men in een logische identiteit één der bouwstenen „*x*", „*y*", „*z*", ... overal, waar hij voorkomt, door dezelfde, overigens willekeurig gekozen, uitdrukking, dan ontstaat weer een logische identiteit;

*I*3) zijn P en CPQ logische identiteiten, dan is ook Q een logische identiteit;

*I*4) geen uitdrukking is een logische identiteit, tenzij krachtens de regels *I*1) — 3).

In de regel valt op de theorie van de logische identiteiten een nadruk, die door haar — overigens niet te onderschatten — practische betekenis niet geheel wordtt gerechtvaardigd. Dit is aan twee oorzaken toe te schrijven.

In de eerste plaats aan de omstandigheid, dat bij de eerste ontwikkeling van de moderne logica de algebra steeds het voorbeeld is geweest. Nu spelen bij de algebraïsche herleidingen, als bekend, de zgn. *algebraïsche identiteiten,* bv.:

$$a(b+c) = ab + ac$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \text{ enz.}$$

een grote rol. Derhalve trachtte men ook elke logische redenering voor te stellen als een van logische identiteiten gebruik makende herleiding.

Ten tweede moet worden gedacht aan de invloed van het *logicisme* (G. FREGE, B. RUSSELL). De logicisten stellen zich ten doel, te bewijzen, dat de wiskundige stellingen logische identiteiten zijn. Deze doelstelling heeft tengevolge gehad, dat, óók nadat de moderne logica het stadium van haar ontwikkeling, waarin de algebra haar als prototype voor ogen stond, te boven was gekomen, de theorie van de logische identiteiten vrijwel bij uitsluiting de aandacht van de onderzoekers voor zich op bleef eisen.

Dat de moderne logica tenslotte toch is geworden, wat de logica van nature steeds is geweest, nl. een theorie van de gevolgtrekking, is toe te schrijven aan de invloed van D. HILBERT en A. TARSKI. Door deze onderzoekers zijn twee groepen van problemen aan de orde gesteld, waarvan de eerste haar centrum vindt in het probleem der „Unwiderlegbarkeit", de tweede in het probleem der „Erfüllbarkeit".

Het eerste probleem behoort tot de *theorie van de deductie,* waaraan de deductieregels *D*1) — 6) ten grondslag liggen, en kan als volgt worden geformuleerd: *zijn gegeven een* (eindig of oneindig) *aantal uitdrukkingen P, Q, R, ...; is O afleidbaar uit deze uitdrukkingen?* Zo ja, dan heet de verzameling

der uitdrukkingen *P, Q, R, ... weerlegbaar,* zo neen, dan heet ze *onweerlegbaar.*

Het bedoelde probleem is een bijzonder geval van het (deductietheoretische) „Entscheidungsproblem": zijn gegeven de uitdrukkingen *P, Q, R, ..., T;* is *T afleidbaar* uit *P, Q, R, ...*?

Het probleem der „Erfüllbarkeit" daarentegen behoort tot de *semantiek;* het kan als volgt worden geformuleerd: *zijn gegeven een aantal uitdrukkingen P, Q, R, ...; is er een overeenkomstige concretisering van deze uitdrukkingen, waardoor ze alle waar worden?* Zo ja, dan heet de verzameling der uitdrukkingen *P, Q, R, ...* „erfüllbar".

In nauw verband met dit probleem staat het (semantische) „Entscheidungsproblem": zijn gegeven de uitdrukkingen *P, Q, R, ..., T;* is *T* een gevolgtrekking uit *P, Q, R, ...*?

Bij de hier beschouwde algorithmus (de algorithmus van de zgn. *logica der beweringen*) is er een volledige symmetrie tussen de deductietheorie en semantiek. Zo vallen de begrippen *gevolgtrekking* en *afleidbaar* samen.

Verder zijn, zoals reeds werd opgemerkt, de logische identiteiten in semantische zin tevens logische identiteiten in de zin van de deductietheorie.

Voorts geldt: een onweerlegbare verzameling van uitdrukkingen is tevens „erfüllbar" en omgekeerd.

(Andere interessante resultaten zijn: als een verzameling uitdrukkingen „erfüllbar" is, is er een overeenkomstige concretisering van al haar uitdrukkingen, zódanig, dat al die uitdrukkingen waar worden, en alleen de tekens „p_1" en „p_2" worden gebruikt; zijn van een uitdrukking alle concretiseringen met behulp van de teken „p_1" en „p_2" waar, dan is die uitdrukking een logische identiteit.)

Deze symmetrie bestaat ook bij andere eenvoudige algorithmen, i.h.b. bij de logica der éénledige praedicaten (H. BEHMANN). Bij meer gecompliceerde algorithmen gaat de symmetrie evenwel verloren (A. TARSKI, K. GÖDEL).

Volgens deze onderzoekers geldt nl. voor elke algorithmus, die de theorie der natuurlijke getallen omvat, dat het begrip *gevolgtrekking* ruimer is dan het begrip *afleidbaar,* het begrip

erfüllbar minder ruim dan het begrip *onweerlegbaar*. Deze omstandigheid leidt begrijpelijkerwijs tot allerlei — voor de logicus zeer interessante — complicaties. Voor de practijk van het logisch onderzoek heeft ze tengevolge, dat de — van nature minder fundamentele, maar gemakkelijker exact te behandelen — theorie van de deductie, ten nadele van de semantiek, in het middelpunt van de belangstelling is komen te staan.

De opbouw van een logisch systeem pleegt nu in de volgende stadia te verlopen. Men begint met de opstelling van vormregels, analoog aan de regels *V*1) — 4) en van deductieregels, analoog aan de regels *D*1) — 6); deze regels vormen de grondslag van de *logische syntaxis* van het systeem, die i.h.b. de theorie van de deductie in het systeem omvat.

In zeer veel gevallen stellen de logici zich met de studie van de logische syntaxis tevreden; dit heeft er toe bijgedragen, de mening te doen postvatten, dat men de vormregels en de deductieregels geheel en al naar willekeur zou kunnen vaststellen (*logisch conventionalisme*, „Toleranzprinzip"), en dat de logica te herleiden zou zijn tot een zinloos spel met betekenisloze formules; de mening heeft uiteraard aanleiding gegeven tot heftige reacties tegen de symbolische logica als zodanig.

Geheel anders wordt echter de situatie, als we ook de semantiek in onze beschouwingen betrekken. De semantische regels *S*1) — 5) gaven, zoal niet aan de uitdrukkingen van het in het bovenstaande geschetste logische systeem zelf, dan toch aan haar concretiseringen, een zeer bepaalde betekenis; in andere gevallen kunnen de regels *S* zó worden gekozen, dat het niet nodig is, de tussenschakel van een concretisering in te lassen, en dus aan de uitdrukkingen zelf een bepaalde betekenis wordt toegekend.

Het is duidelijk, dat de eis van de mogelijkheid van een interpretatie van de uitdrukkingen door middel van dergelijke semantische regels de vrijheid in de keuze van het logisch systeem ten zeerste zal beperken.

Het is daarom practisch, een verzameling van tekencombinaties, waarvoor *vormregels* en *deductieregels* zijn vastgesteld, aan te duiden als een *algorithmus*; is het mogelijk, voor die

verzameling bovendien nog *semantische regels* op te stellen, dan moge de algorithmus een *interpreteerbare algorithmus* heten.

Aan welke eisen een regel zal moeten doen, om een vormregel, een deductieregel, een semantische regel, te mogen heten, zal hier niet worden onderzocht. Het is trouwens niet eens gewenst, dat men zich in dit opzicht al te sterk aan bepaalde eisen bindt. Ons enige richtsnoer zal in dit opzicht de analogie met de in het bovenstaande opgestelde regels zijn.

Ik zal in het volgende trachten aan te tonen, dat een natuurkundige theorie een interpreteerbare algorithmus is. Daartoe zal ik voor verschillende natuurkundige theorieën de bijbehorende regels V), D) en S) trachten op te stellen.

Het zal niet mogelijk zijn, de hiermee aan de orde gestelde taak ten uitvoer te leggen met dezelfde nauwkeurigheid en volledigheid, waarmee ze door de onderzoekers, over wier werk ik in het bovenstaande heb gesproken, voor de logica der beweringen is vervuld.

Een volledige reproductie van de onderzoekingen over de logica der beweringen, waarvan in het bovenstaande een overzicht werd gegeven, zou gemakkelijk een deel van deze serie kunnen vullen. En de meest eenvoudige natuurkundige theorie is oneindig meer gecompliceerd dan de logica der beweringen, die verreweg het meest elementaire deel van de logica vormt. Het is dus duidelijk, dat een volledige uitvoering van het in het bovenstaande opgestelde programma een reuzentaak zou zijn. De resultaten, die bij het exacte onderzoek van de logica der beweringen en van enkele meer gecompliceerde interpreteerbare logische algorithmen zijn verkregen, stellen ons echter in staat, het resultaat van een dergelijk onderzoek van de natuurkundige theorieën althans in grote trekken met een voldoende mate van zekerheid te voorzien. Moge het dan vooralsnog bezwaarlijk zijn, de regels V), D) en S) bv. voor de mechanica van NEWTON volledig op te sommen, men kan wel de meest kenmerkende van deze regels opstellen; ik kan daarbij gebruik maken van de resultaten van een onderzoek van M. STRAUSS.

Moet ik er dus enerzijds den lezer voor waarschuwen, zijn verwachtingen al te hoog te spannen, anderzijds moet ik ook waarschuwen voor een onderschatting van de betekenis van de in het volgende uit te voeren logische analyse.

Men zou kunnen menen, dat een onderzoek, dat ten doel heeft de opsporing de grondregels van de syntaxis en de semantiek van de natuurkundige theorieën, niet bij machte is, door te dringen tot de diepere natuurphilosophische problemen.

Deze mening zal in het volgende, naar ik vertrouw, onjuist blijken te zijn. De resultaten zelfs van de hier gegeven zeer globale logische analyse werpen op onverwachte wijze licht op allerlei problemen, waarvan een behandeling met behulp van andere methodes meer voor de hand lijkt te liggen, maar niet tot overtuigende resultaten pleegt te leiden. Ik noem de vraag naar de verhouding van de natuurkundige theorieën enerzijds tot de wiskundige theorieën, waarvan ze gebruik maken, anderzijds tot de waarnemingsresultaten, waardoor ze gestaafd, c.q. weerlegd, worden; de vraag naar de onderlinge verhouding van aristoteliaanse, newtoniaanse en quantumtheoretische natuurwetenschap; de vraag naar de verhouding van de moderne natuurwetenschap tot de traditionele natuurphilosophie, tot de wijsbegeerte in het algemeen, en tot de overige wetenschappen.

III. DE TAAK ENER MODERNE NATUURPHILOSOPHIE

Vóór ik laat zien, waarin naar mijn mening de taak ener moderne natuurphilosophie bestaat, wil ik enkele afwijkende opvattingen bespreken.

1. Ik herinner er even aan, dat voor ARISTOTELES de natuurphilosophie samenviel met de theoretische verklarende natuurwetenschap. Volgens deze opvatting zou dus bv. de moderne theoretische physica deel uitmaken van de natuurphilosophie. Het is duidelijk, dat tegen deze opvatting geen ander bezwaar kan worden aangevoerd, dan dat men tegenwoordig met natuurphilosophie juist beschouwingen aanduidt van andere aard, dan kenmerkend zijn voor de theoretische vakwetenschappen. Wij houden ons aan het thans geldend woordgebruik en vragen ons dus af, van welke aard deze andersoortige beschouwingen kunnen zijn.

2. Zeer vaak ontmoet men de opvatting, dat de natuurphilosophie een andere (dieper gaande) verklaring van de natuurverschijnselen moet leveren, dan de „gewone" theoretische natuurwetenschap bij machte is te verschaffen.

Zo schrijft de thomist Jacques MARITAIN: „il est nécessaire de reconnaître une explication ontologique ou philosophique de la nature sensible spécifiquement distincte de celle des sciences expérimentales, mais venant la compléter" ([1], p. 69). Een dergelijke opvatting vinden we bij B. WIGERSMA ([1], blzz. 36, 77, 108, 294).

De door de theoretische natuurwetenschappen geleverde verklaring van de natuurverschijnselen blijkt inderdaad niet ieders behoeften te bevredigen. Zo lezen we bij Eduard MAY: „Wer sich in faustischem Drange an die mathematische Naturwissenschaft der Gegenwart wendet, um zu erkennen, „was die Welt im Innersten zusammenhält", der erlebt ungeachtet

der zahlreichen, glänzenden Entdeckungen und des kaum geahnten technischen Fortschritts eine bittere Enttäuschung" (HERMANN-MAY-VOGEL [1], S. 49).

Daar staat tegenover, dat velen in de moderne natuurwetenschap wel degelijk een bevrediging van hun faustiaanse drift hebben gevonden; zo citeert niemand minder dan Ludwig BOLTZMANN, om uiting te geven aan zijn bewondering voor MAXWELL'S theorie van electriciteit en magnetisme, Faust's woorden:

War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb,
Die mit geheimnisvoll verborg'nem Trieb
Die Kräfte der Natur um mich enthüllen
Und mir das Herz mit stiller Freunde füllen.

En omgekeerd, de natuurverklaringen van hen, die zich door de natuurwetenschap niet bevredigd voelen, plegen enkel haar vinders te behagen.

3. De opvatting van de natuurphilosophie als een *occulte natuurwetenschap* vinden we bij denkers als PARACELSUS, Giordano BRUNO en CAMPANELLA. Hoewel deze opvatting van groot belang is geweest voor de eerste ontwikkeling van de moderne mathematische natuurwetenschap, en wel vooral, omdat zij een tegenwicht bood tegen het gezag van ARISTOTELES — men denke echter ook aan haar positieve invloed op KEPLER —, is ze thans van zo weinig belang, dat een nadere bespreking gevoegelijk achterweg kan blijven.

4. Volgens sommigen — ik noem Wilhelm OSTWALD — heeft de natuurphilosophie tot taak de behandeling van die problemen, die aan de grens van het werkprogramma van de natuurwetenschap of zelfs daar geheel buiten liggen. Bij de vernieuwing van dit werkprogramma, die een gevolg is van de voortdurende ontwikkeling van de natuurwetenschap, zal natuurlijk datgene, wat nu nog tot de natuurphilosophie behoort, onder de eigenlijke natuurwetschap gaan vallen.

Inderdaad behoorden of behoren problemen, die tot de natuurphilosophie plegen te worden gerekend, tot deze kategorie. De speculatieve atomistiek van DEMOCRITUS werd later atoomtheorie, de kosmogonische speculaties van KANT en

LAPLACE hebben zich tot een integerend bestanddeel van de moderne natuurwetenschap ontwikkeld. Zo is het ook gegaan met RIEMANN'S speculaties over de zwaartekracht en over de structuur van de physische ruimte. Wellicht zal het niet anders gaan met verschillende bekende problemen der biologie, welke behandeling nu nog een sterk speculatief karakter moet dragen.

Kan dus tegen deze opvatting moeilijk een principieel argument worden aangevoerd, ze stuit toch op het practische bezwaar, dat ze het onmogelijk maakt, een definitieve grens te trekken tussen natuurwetenschap en natuurphilosophie. Om deze reden zal ik deze opvatting niet overnemen. We zullen echter zien, dat die hier te ontwikkelen natuurphilosophie belangrijke bijdrage kan leveren tot de behandeling van de in de zin van deze opvatting natuurphilosophische vraagstukken.

5. Door E. BECHER wordt onder natuurphilosophie verstaan een onderzoek naar het „Bildungsgehalt", dus naar de culturele, algemeen-menselijke, betekenis, van de natuurwetenschappelijke inzichten. Ook deze opvatting stuit niet op principiële bezwaren. Wel echter kan men er een tweetal m.i. gewichtige practische bedenkingen tegen aanvoeren. Ten eerste kunnen de meeste als natuurphilosophisch aangemerkte problemen niet tot de natuurphilosophie in de zin van BECHER worden gerekend, ten tweede is uiteraard het verband van deze natuurphilosophie met de natuurwetenschap zeer los.

De hier te ontwikkelen natuurphilosophie verschaft echter een waardevolle systematische grondslag voor de behandeling van het door BECHER gestelde probleem.

Dichter bij mijn eigen standpunt staan een drietal opvattingen, die ik thans wil bespreken.

6. De thomist P. HOENEN heeft omtrent de taak van de natuurphilosophie een heel andere opvatting dan MARITAIN. In tegenstelling tot de laatste kent hij aan de natuurwetenschappelijke theorieën wel explicatieve kracht toe. Die explicatieve kracht bezitten deze theorieën, omdat ze berusten op beginselen, die kunnen worden opgevat als specificaties van meer algemene, metaphysische, principia.

„ . . . . een natuurphilosophie heeft tot taak, uit de diepste gronden een verklaring te vinden van de natuur; te trachten het wezen te begrijpen der dingen, die deze wereld van veelheid en verandering, van worden en vergaan, constitueren. Daartoe zal hij noodzakelijk moeten beschikken over algemene principes, waaruit veelheid en verandering in haar formele, algemene, zijde, uit metaphysische gronden, naar de condities harer mogelijkheid en realiteit worden verstaan. Maar daarna zal hij verder moeten doordringen tot het begrijpelijk maken van het specifieke wezen der dingen, tot de specifieke aard van hun zo veelzijdige veranderlijkheid. Wat niet anders zal kunnen gebeuren dan door specificatie van die algemene principes, door ze uit te werken met behulp van de gegevens, die de ervaring, de altijd nauwkeuriger ervaring, aan de hand doet; met behulp ook van de theorieën, die van deze ervaringsgegevens een *onmiddellijke* verklaring geven d.i. met behulp van natuurwetenschappelijke theorieën" ([2], blz. 5).

Volgens HOENEN geeft de natuurphilosophie dus niet een systeem van natuurverklaring, dat met de natuurwetenschappelijke theorieën zou moeten concurreren, ze vormt veeleer een schakel tussen deze theorieën en de metaphysica met haar algemene beginselen.

Tegen HOENEN'S opvatting bestaan m.i. ernstige bezwaren. Ten eerste blijken de antwoorden op de vraag, welke algemene beginselen door de natuurwetenschap moeten worden gespecificeerd, sterk uiteen te lopen. Volgens HOENEN leveren de beginselen der aristoteliaans-thomistische metaphysica de ware grondslag voor de verklaring der natuurverschijnselen en moet de invloed van het mechanicisme en van de atomistiek worden uitgeschakeld. Volgens H. DINGLER, H. DRIESCH en E. MAY, die een overeenkomstige opvatting omtrent de verhouding van metaphysica, natuurphilosophie en natuurwetenschap verdedigen, vormt het mechanicisme de ware grondslag voor de verklaring van de (anorganische) natuur!

Ziet men de verhouding van natuurphilosophie en natuurwetenschap op deze wijze, dan kan men natuurlijk niet elke natuurwetenschappelijke theorie accepteren. Zo verwerpt HOENEN de relativering van het gelijktijdigheidsbegrip (l.c.

blzz. 304—306), het indeterminisme, zoals dit door HEISENBERG wordt opgevat (l.c. blz. 432), het denkbeeld van een omzetting van materie in energie (l.c. blz. 423). DINGLER, DRIESCH en MAY laten van de relativiteitstheorie en de quantummechanica zelfs nog minder gelden (zie bv. MAY in HERMANN-MAY-VOGEL [1], DINGLER [2]).

De opvatting van HOENEN laat dus klaarblijkelijk de natuurwetenschap niet die mate van „speculatieve vrijheid" (P. BERNAYS), die deze behoeft; ook op die grond moet zij m.i. worden verworpen.

7. Bij de neo-kantianen, i.h.b. bij de school van Marburg (P. NATORP [1]), vinden we de opvatting van de natuurphilosophie als *logica der natuurwetenschap,* d.w.z. als een onderzoek naar de aprioristische beginselen, op welke de natuurwetenschap een beroep doet. Het uitgangspunt heet daarbij te zijn het factum der natuurwetenschap.

In de practijk echter komt het er doorgaans op neer, dat de bedoelde beginselen in hoofdzaak van KANT worden overgenomen; beantwoordt de wetenschap aan deze beginselen niet, des te erger voor haar.

De meeste neo-kantianen staan dan ook afwijzend tegenover de moderne natuurwetenschappelijke theorieën — een uitzondering vormen E. CASSIRER en A. GÖRLAND —, zodat de gangbare neo-kantiaanse natuurphilosophie in wezen tot dezelfde conclusies blijkt te leiden als de opvatting van HOENEN en dus m.i. evenmin kan worden aanvaard. De opvattingen van CASSIRER en van GÖRLAND zijn te weinig exact, om tot een bevredigende opbouw van de natuurphilosophie te kunnen leiden; ze naderen echter tot de nu te bespreken richting.

8. Zeer belangrijk is de opvatting van de natuurphilosophie als *wetenschapskritiek.* Men denke bij dit woord niet aan een kantiaans gericht onderzoek naar de grenzen der natuurkennis (E. DU BOIS-REYMOND [1]; H. RICKERT [1]); ook niet aan een skeptische bestrijding van de mogelijkheid van kennis der natuur; maar aan een vakkundige beoordeling van de resultaten van het wetenschappelijk onderzoek en van hun verdere consequenties.

Typische vertegenwoordigers van deze richting zijn E. MACH, K. PEARSON, H. POINCARÉ, P. DUHEM, F. ENRIQUES, E. MEYERSON, M. SCHLICK, M. PLANCK. Tot deze richting naderen, zoals ik reeds opmerkte, CASSIRER en GÖRLAND. Ook de geschriften van P. HOENEN, H. DINGLER, E. MAY, G. HERMANN bevatten bijdragen tot de wetenschapskritiek.

Een probleem, dat al deze denkers heeft beziggehouden, is de vraag naar de grenzen en de waarde van de mechanische natuurverklaring; deze vraag heeft ons in het vorige hoofdstuk reeds bēziggehouden.

De wetenschapskritische arbeid levert uiteraard geen systematische opgebouwde natuurphilosophie; wel verschaft hij waardevolle inzichten, zonder welke een wetenschappelijk verantwoorde natuurphilosophie niet mogelijk zou zijn.

Na het bovenstaande en na het in Hoofdstuk II reeds behandelde kan ik mijn eigen opvatting met betrekking tot de taak der natuurphilosophie gemakkelijk uiteenzetten.

Als „werkhypothese" dient daarbij de onderstelling, dat een natuurwetenschappelijke theorie een voor interpretatie vatbare algorithmus is. De natuurwetenschap heeft dan tot taak, aan de hand van de waarneming van de natuurverschijnselen dergelijke algorithmen te construeren; de natuurphilosophie maakt deze algorithmen zelf tot voorwerp van onderzoek. Tot haar taak behoort i.h.b. *de syntactische en semantische analyse van de natuurwetenschappelijke theorieën.*

Kenmerkend voor de natuurphilosophie is, dat ze van het element der actualiteit abstraheert; oudere theorieën zijn voor haar in beginsel niet van minder gewicht dan nieuwe. Daardoor komt de natuurphilosophie in nauwe aanraking met de geschiedenis der natuurwetenschappen.

Toch is ze van deze laatste tak van wetenschap duidelijk te onderscheiden. De karakterkundige en culturele aspecten, de ontwikkelingsprocessen, die vóór alles de speurzin van den historicus prikkelen, laat de natuurphilosoof buiten beschouwing: zijn visie is abstraherend en statisch. Bovendien doet de natuurphilosoof ex professo iets, dat den historicus volstrekt

verboden is: hij idealiseert. We zullen, om een enkel voorbeeld te noemen, zien, dat ARISTOTELES een modale logica heeft opgebouwd als grondslag voor zijn verklaring van de verandering, die van een modale terminologie gebruik maakt. Maar zijn werk was in dit opzicht niet volledig; hij maakt telkens gebruik van redeneringen, die in zijn logica niet verantwoord zijn. De natuurphilosoof moet zijn systeem in dit opzicht aanvullen (of aangevuld denken), vóór hij het met andere systemen van natuurverklaring kan vergelijken.

Onderscheidt de natuurphilosophie zich dus ten duidelijkste van de wetenschapsgeschiedenis, dat ze met de laatste in intensieve wisselwerking staat, zal weinig betoog behoeven. Enerzijds moet de natuurphilosoof de nodige gegevens over oudere natuurwetenschappelijke theorieën aan de resultaten van het historisch onderzoek ontlenen, anderzijds liggen in de resultaten van het natuurphilosophisch onderzoek nieuwe problemen voor de wetenschapsgeschiedenis opgesloten. Wanneer de natuurphilosophie heeft aangetoond, dat aan de aristoteliaanse en de newtoniaanse natuurwetenschap verschillende logische systemen ten grondslag liggen, dan is daarmee aan den historicus de taak opgelegd, te onderzoeken, op welke wijze de verdringing van de aristoteliaanse terminologie door de newtoniaanse in haar werk is gegaan, welke overgangsvormen er zijn opgetreden, enz.

De opbouw van de natuurphilosophie volgens de in het bovenstaande aangewezen richtlijnen zou niet alleen een exacte behandeling van deze tak van wetenschappelijke bedrijvigheid mogelijk maken, ze zou hem ook onafhankelijk maken van de nog steeds zeer merkbare invloed van de onderscheiden wereld- en levensbeschouwingen. Wie juist in het wereld- of levensbeschouwelijk element het eigenlijk wijsgerige ziet, zal dit niet als een vooruitgang beschouwen. Wie echter, met mij, de natuurphilosophie als wetenschap beoefend wil zien en, evenals ik, overtuigd is, dat in de wetenschap geen invloed van wereld- of levensbeschouwing kan worden geduld, zal er anders over denken.

IV. DE ONTWIKKELING DER ATOOMPHYSICA

Ter inleiding van de volgende natuurphilosophische beschouwingen, die de resultaten van de moderne *atoomphysica* tot uitgangspunt hebben, moge een zeer kort overzicht worden gegeven van de ontwikkeling van dit deel der natuurkunde sinds 1900.

Men kan in deze ontwikkeling tot nu toe drie perioden onderscheiden, waarvan de eerste de jaren tot 1913, de tweede de jaren 1913—1924, de derde de jaren sinds 1924, omvat.

Gedurende de eerste periode nam de quantumhypothese nog slechts een zeer bescheiden plaats in.

Deze hypothese werd in 1900 door Max PLANCK geformuleerd bij zijn pogingen, een stralingsformule op te stellen, die beantwoordde aan de waarnemingen. PLANCK stelde zich voor, dat de emissie en absorbtie van electromagnetische straling (licht, warmtestraling, enz.) door de stof geschiedde met behulp van oscillatoren, d.w.z. harmonisch trillende electrisch geladen mechanismen, waarvan de frequentie beantwoordde aan de frequentie van de uitgezonden, resp. geabsorbeerde, straling. Om nu een stralingsformule (d.w.z. een formule, die de intensiteit van de door een zwart lichaam uitgezonden straling voorstelt als functie van de frequentie en van de temperatuur) te verkrijgen, die beantwoordde aan de waarnemingen, moest hij de onderstelling invoeren, dat de energievoorraad E van zulk een oscillator, afgezien van een universele constante factor h (de constante van PLANCK) slechts gelijk kon zijn aan een geheel aantal malen zijn frequentie. In formule

$$E = nh\nu$$

Deze onderstelling was onverenigbaar met de „klassieke" opvattingen op het gebied van de mechanica en de theorie van

het electromagnetisme. Geen wonder dan ook, dat men aan de hypothese van PLANCK trachtte te ontkomen, door zijn oscillatoren door andere klassieke mechanismen te vervangen, echter zonder resultaat. Zelfs konden H. A. LORENTZ (1908) en H. POINCARÉ (1912), bewijzen, dat *alle* klassieke mechanismen dezelfde foutieve stralingswet leveren. Aan de aanvaarding van PLANCK's hypothese was dus niet te ontkomen.

In 1905 bleek op tamelijk onverwachte wijze de vruchtbaarheid van de nieuwe hypothese. A. EINSTEIN legde in dat jaar de quantumhypothese ten grondslag aan een verklaring van het photo-electrisch effect. Hij breidde daarbij de hypothese in deze zin uit, dat niet alleen de emitterende en absorberende oscillatoren slechts voor gequantiseerde energievoorraden vatbaar zouden zijn, maar dat ook de geëmitteerde of geabsorbeerde straling zelf uit discrete elementen (lichtquanten of photonen) zou bestaan, waarvan elk een energie $\epsilon = h\nu$ zou vertegenwoordigen. De tegenspraak met de klassieke opvattingen is hier al zeer manifest; met voorbijgaan van alle bewijzen voor de undulatietheorie wordt hier aan de straling een corpusculaire structuur toegeschreven! In 1907 legde Einstein de quantumhypothese ten grondslag aan een theorie van de soortelijke warmte der vaste stoffen, die grote successen had.

Tamelijk los van de quantumhypothese bleven gedurende deze periode die onderzoekingen, die leidden tot de overtuiging van de realiteit van de corpusculaire structuur, welke men de materie reeds lang hypothetisch had toegeschreven. Een krachtig argument, berustend op de theorie van de inwendige wrijving en van de toestandsvergelijking, was reeds door CLAUSIUS (1858) en VAN DER WAALS (1873) ontwikkeld.

Handtastelijker argumenten leverden de onderzoekingen van J. PERRIN (1908/9) over emulsies en over de Brownse beweging. EHRENHAFT en MILLIKAN slaagden er zelfs in, aan oliedruppeltjes de blijkbaar kleinst mogelijke negatieve lading te geven (1908); daarmee was de corpusculaire structuur van de electrische lading aangetoond.

Onderzoekingen over de radioactiviteit leidden RUTHERFORD in 1899 tot de ontdekking van de α- en β-stralen. Spoedig werd aangetoond, dat de β-stralen, evenals de reeds be-

kende (kunstmatig opgewekte) kathodestralen, uit negatief geladen deeltjes (electronen) bestaan; de α-straling bleek te bestaan uit positief geladen deeltjes, die als He-kernen werden geïdentificeerd.

Van groot belang werden de onderzoekingen over de verstrooiing van door vaste stoffen dringende α-stralen. Deze onderzoekingen leiden tot de opstelling van de theorie van het *kernatoom* door RUTHERFORD (1911); volgens deze theorie zou het atoom bestaan uit een zware, maar zeer kleine, positief geladen kern, omgeven door electronen. Deze theorie is in 1911 door GEIGER, in 1913 door GEIGER en MARSDEN, met gunstig resultaat experimenteel getoetst.

De tweede phase van de ontwikkeling van de atoomphysica begon in 1913 met de quantisering van het kernatoom door Niels BOHR. Volgens klassieke opvattingen zou zulk een atoom nooit stabiel kunnen zijn. De negatief geladen electronen zouden in het veld van de positief geladen kern kromlijnige en dus versnelde bewegingen uitvoeren. Wegens hun versnelling zouden de electronen volgens de klassieke theorie van MAXWELL en LORENTZ electromagnetische straling moeten uitzenden. Daarbij zouden ze energie verliezen en dientengevolge in steeds nauwere banen en met steeds toenemende frequentie om de kern gaan lopen. Dan zou dus ook de frequentie van de uitgezonden straling voortdurend moeten toenemen en een uit een groot aantal dergelijke atomen bestaande stof zou klaarblijkelijk een continu emissie-spectrum moeten vertonen.

We zien dus, dat de met de toen reeds verworven atoomphysische inzichten voortreffelijk overeenstemmende en door de proeven van GEIGER en MARSDEN bevestigde theorie van RUTHERSFORD onverenigbaar is met de klassieke theorie; volgens deze theorie zou immers 1° het kernatoom instabiel moeten zijn; 2° elke uit kernatomen bestaande stof een continu emissiespectrum moeten bezitten, in strijd met de ervaring, die leert, dat vele stoffen discontinue (zgn. lijnen-) spectra uitzenden, en dat aan het kernatoom een aanzienlijke mate van stabiliteit moet worden toegeschreven.

BOHR loste deze moeilijkheden op door een op PLANCK geïnspireerde breuk met de klassieke opvattingen, die belichaamd is in de volgende door hem (in 1913; ik reproduceer hier een door hem in 1915 gegeven uitvoeriger formulering) opgestelde postulaten:

A. Een atomair systeem bezit een aantal toestanden, waarin geen energie-uitstraling plaats vindt, ook niet, als de deeltjes zich t.o.v. elkaar bewegen en zulk een uitstraling volgens de gewone electrodynamica te verwachten zou zijn. Deze toestanden worden als de „stationnaire" toestanden van het beschouwde systeem aangeduid.

B. Elke emissie of absorbtie van straling moet gepaard gaan met de overgang van een „stationnaire" toestand in een andere. De bij zo'n overgang uitgezonden straling is homogeen en haar frequentie wordt bepaald door de betrekking

$$h\nu = A_1 - A_2,$$

waarin h de constante van PLANCK en A_1 en A_2 de energie van het systeem in de beide stationnaire toestanden aanduiden.

C. Het dynamisch evenwicht van in stationnaire toestanden verkerende systemen wordt beheerst door de wetten van de gewone mechanica, terwijl deze wetten niet gelden voor de overgang van een toestand in een andere.

D. De verschillende mogelijke stationnaire toestanden van een systeem, dat uit een om een positief geladen kern wentelend electron bestaat, worden bepaald door de betrekking

$$T = nh\omega,$$

waarin T de gemiddelde waarde van de kinetische energie van het systeem, ω de omloopsfrequentie en n een geheel getal is.

Postulaat *A* waarborgt de stabiliteit van het kernatoom, postulaat *B* maakt het bestaan van een lijnenspectrum mogelijk, postulaat *C* staat toe, op de stationnaire toestanden de gewone mechanica toe te passen (voor deze toestanden geldt de klassieke electrodynamica echter niet!), terwijl postulaat *D* ons in staat stelt, uit de volgens de klassieke mechanica mogelijke bewegingstoestanden van het atomaire systeem de quantumtheoretisch mogelijke stationnaire toestanden af te zonderen.

Deze theorie van BOHR had grote successen. BOHR kon het door waterstof uitgezonden lijnenspectrum reeds aanstonds volledig verklaren. Nog in 1913 kwam door de „stootproeven" van FRANCK en HERTZ de realiteit van de door BOHR gepostuleerde stationnaire toestanden vast te staan.

Verdere resultaten waren o.a. de theorie van het STARK-effect (EPSTEIN en SCHWARZSCHILD 1916), de dispersietheorie (LADENBURG 1921, KRAMERS 1924) en vooral de analyse van de spectra (SOMMERFELD, LANDÉ), die BOHR tegelijk in staat stelde tot een verklaring van het reeds in 1869 gelijktijdig door Lothar MEYER en door MENDELEJEFF opgestelde periodiek systeem der elementen (1913—1922).

De quantumtheorie kreeg gedurende deze periode evenwel hoe langer hoe meer het karakter van een disparaat systeem van rekenvoorschriften, waarbij de modelvoorstelling hoe langer hoe meer op de achtergrond raakt.

Een wegwijzer in dit labyrinth was het door BOHR reeds in 1915 toegepaste en in 1918 uitvoerig geformuleerde *correspondentie-beginsel.* Dit beginsel eist een maximale met de beginselen der quantumtheorie verenigbare aansluiting bij de klassieke electrodynamica; het stelde BOHR bv. in staat, intensiteiten van spectaallijnen te berekenen.

In 1924 begint de derde periode in de ontwikkeling van de atoomphysica. L. DE BROGLIE maakte in dat jaar de quantisering van de electronenbanen begrijpelijk, door een bewegend electron met een golf te vergelijken. Loopt zulk een electron op een gesloten baan, dan zal de lengte van deze baan een geheel aantal malen de golflengte van de golf moeten zijn. Experimenteel aangetoond werden dergelijke „materiegolven" in 1927 door DAVISSON en GERMER. De denkbeelden van DE BROGLIE werden zeer spoedig door E. SCHRÖDINGER uitgewerkt *(golfmechanica).*

W. HEISENBERG had intussen een theorie ontworpen, die de disparate rekenvoorschriften van de oudere quantumtheorie tot een rationeel systeem verenigde. De theorieën van SCHRÖDINGER en HEISENBERG bleken spoedig mathematisch aequivalent te zijn; de physische aequivalentie kon worden

ingezien op grond van de door M. BORN in 1926 gegeven statistische interpretatie van de golfmechanica. Een derde gelijkwaardige theorie was tezelfder tijd opgesteld door P. A. M. DIRAC.

Door de uitwerking van de denkbeelden van SCHRÖDINGER, HEISENBERG en DIRAC is de *quantummechanica* ontstaan. Deze quantummechanica levert op meer stelselmatige en meer exacte wijze alle resultaten, waartoe PLANCK, EINSTEIN en BOHR op grond van hun meer primitieve voorstellingen reeds waren gekomen. Daarenboven levert zij vele nieuwe inzichten op, waartoe men met behulp van de oudere methodes nimmer had kunnen komen; ik noem de door HEITLER en LONDON in 1927 gegeven verklaring van de homoeopolaire chemische binding.

Op de experimentele en theoretische onderzoekingen, die zich bij de opstelling van de quantummechanica hebben aangesloten, en op de merkwaardige wiskundige hulpmiddelen, die men daarbij heeft toegepast, behoeft hier natuurlijk niet te worden ingegaan. De betekenis van de quantummechanica moge worden gekenmerkt door de opmerking, dat zij voor de atoomphysica is, wat de mechanica van NEWTON is voor de astronomie.

Wel moet ik stilstaan bij de principiële beschouwingen van BOHR ([1], [2]) en HEISENBERG ([1]).

Een bespreking van deze beschouwingen kan het best uitgaan van de door HEISENBERG in 1927 opgestelde zgn. *onbepaaldheidsrelaties*.

Uit de quantumtheorie volgt, dat de bepaling van physische grootheden in beginsel niet onbeperkt verscherpt kan worden. Denken we ons een stoffelijk punt met massa m, dat zich met snelheid y eenparig langs een as OX beweegt.

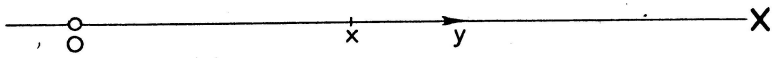


Fig. 1

Elke bepaling van de coördinaat x en van de snelheid y van dit punt zal behept zijn met een onzekerheid, die kan worden

voorgesteld door twee grootheden ξ en η, die voldoen aan de betrekking:

$$\xi\eta \geqq \frac{h}{2\pi m}$$

De argumenten voor het bestaan van deze betrekking laat ik even in het midden; ik wil eerst op zeer elementaire wijze laten zien, dat haar aanvaarding aanstonds leidt tot de aanvulling van de corpusculaire opvatting van de stof met een undulatoire beschouwing.

We denken de coördinaat x en de snelheid y van het beschouwde stoffelijk punt op het ogenblik $t = 0$ bepaald; onderstel, dat gevonden zijn de waarde X en Y met een speling ξ, resp. η; de werkelijke waarde x_0 en y_0 liggen dan tussen de grenzen $X - \xi$ en $X + \xi$, resp. $Y - \eta$ en $Y + \eta$; onderstel nog, dat alle mogelijke combinaties van de waarden x_0 en y_0 evenveel kans hebben.

Wat kunnen we zeggen over de waarde x_t van de coordinaat x na verloop van t seconden? Het is duidelijk, dat we deze waarde niet met zekerheid kunnen voorspellen. Ze zal in de buurt van $X_t = X + Yt$ liggen; de kleinst mogelijke waarde van x_t zal beantwoorden aan de kleinst mogelijke waarden van x_0 en y_0 en dus $x_t = X - \xi + (Y - \eta)\ t = X_t - \xi - \eta t$ bedragen; de grootst mogelijke waarde bedraagt $x_t = X + \xi + (Y + \eta)\ t = X_t + \xi + \eta t$. De tussen x'_t en x''_t gelegen mogelijke waarden van x_t hebben niet alle evenveel kans. Het verloop van de kans $K(x)$ kan men het gemakkelijkst aangeven door een grafiek. Hieronder is zulk een grafiek getekend voor vier ogenblikken: onmiddellijk na de bepaling van x en y, en resp. t, $2t$ en $4t$ sec. later. De geärceerde oppervlakten hebben uiteraard alle een grootte één (blz. 69).

Ingewikkelder zou het vraagstuk zijn geworden, als er ook een van plaats tot plaats veranderlijke kracht had gewerkt. In beginsel zouden we echter ook in dat geval dezelfde beschouwing hebben kunnen toepassen.

Deze beschouwing werd gekenmerkt door de eigenaardigheid, dat de beweging van de kansgrafiek werd afgeleid uit de

bekende wetten voor de beweging van het stoffelijk punt. Kan men niet een wet opstellen, waardoor men onmiddellijk de beweging van een gegeven kansgrafiek kan bepalen?

De golfmechanica van SCHRÖDINGER kan in eerste instantie worden beschouwd als een beantwoording van dit probleem. De zgn. „vergelijking van SCHRÖDINGER" stelt ons in staat,

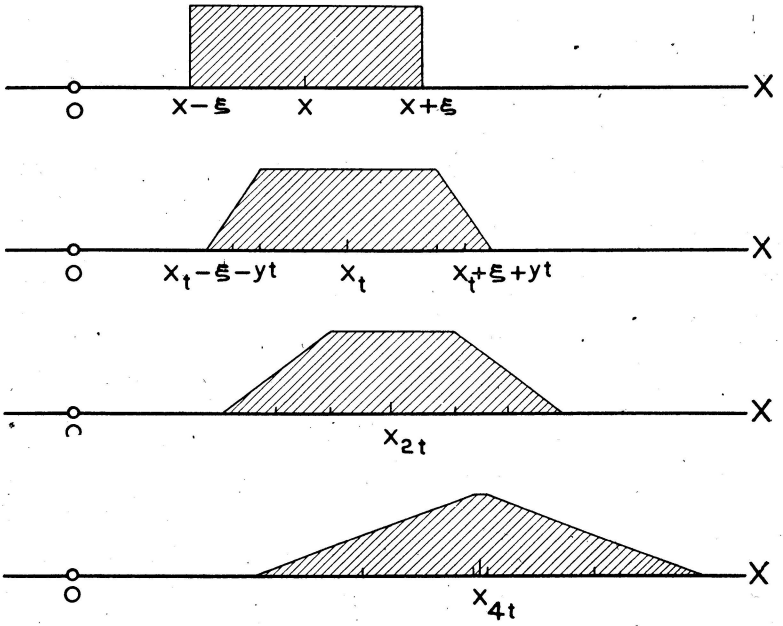


Fig. 2

het verloop van een functie $\psi(x)$ in de loop van de tijd te bepalen; deze functie neemt complexe waarden aan; het kwadraat $/\psi/^2$ van de absolute waarde van deze functie is de in het bovenstaande beschouwde functie K.

Uit een en ander moge de lezer duidelijk zijn geworden, dat de onbepaaldheidsrelaties een natuurlijke aanleiding vormen, de corpusculaire opvatting van de stof met een undulatoire be-

schouwingswijze aan te vullen. Dit zal het hem gemakkelijker maken, de nu te bespreken beschouwingen van HEISENBERG te volgen.

HEISENBERG legt de nadruk op de volledige gelijkwaardigheid van de corpusculaire en de undulatoire opvatting, die zowel voor de stof als voor de straling beide onmisbaar zijn.

Wat de materie betreft, heeft men de corpusculaire opvatting nodig voor de verklaring van de proeven van WILSON, de undulatoire voor die van de proeven van DAVISSON en GERMER. De undulatoire opvatting van de straling is nodig voor de verklaring van de klassieke experimenten over de interferentie, de buiging en de polarisatie van het licht, de corpusculaire opvatting voor de verklaring van het photo-electrisch effect.

Nu zijn klaarblijkelijk de corpusculaire en de undulatoire opvatting onverenigbaar; men zou dus kunnen menen, dat één van beide opvattingen verworpen zou moeten worden, waardoor echter een groep van verschijnselen onverklaard zou blijven.

Deze moeilijkheid wordt opgelost, als men de onbepaaldheidsrelaties in aanmerking neemt. Dan blijkt, dat noch de corpusculaire, noch de ondulatoire opvatting volkomen juist is. In die gevallen, waar de corpusculaire opvatting de verklaring levert, zou de undulatoire opvatting wegens de onbepaaldheidsrelaties niet kunnen worden toegepast, en omgekeerd.

Ik ga nu over tot de bespreking van de argumenten, die voor de aanvaarding van de onbepaaldheidsrelaties kunnen worden aangevoerd.

Het *eerste argument* hebben we zo juist leren kennen. De onbepaaldheidsrelaties maken het mogelijk, twee onderling strijdige, maar elk voor zich onmisbare, opvattingen van materie en straling gelijktijdig aan de verklaring van de waargenomen verschijnselen ten grondslag te leggen.

Het *tweede argument* berust op de door HEISENBERG gegeven analyse van een aantal (denkbeeldige) experimenten. Bij de waarneming van macroscopische processen (bv. van de beweging van een planeet) kan men een duidelijke scheidings-

lijn trekken tussen *waarnemingsapparaat* en *waarnemingsobject*. Het waarnemingsobject beïnvloedt het waarnemingsapparaat — daardoor komt juist de waarneming tot stand —, maar het waarnemingsapparaat beïnvloedt het waarnemingsobject niet, màg dit ook niet doen.

Bij de waarneming van atomaire processen is een beïnvloeding van het waarnemingsobject door het waarnemingsapparaat echter niet te vermijden en deze brengt een onzekerheid teweeg aangaande het resultaat van de meting. Onze experimentele kennis van de atoomphysica maakt het mogelijk, de orde van grootte van deze onzekerheid te berekenen, het bijzonder karakter van de atomaire processen maakt het echter onmogelijk, de gemaakte fout te corrigeren. De berekende grootte van de onzekerheid in de meting bleek altijd te beantwoorden aan de onbepaaldheidsrelaties.

Er moet nog even op worden gewezen — hieromtrent blijkt nog al eens misverstand te bestaan —, dat bij de bedoelde berekeningen geen beroep werd gedaan op de quantummechanica, maar uitsluitend op de klassieke theorie in combinatie met de experimenteel verworven kennis der atomaire processen.

Het *derde argument* voor de aanvaarding van de onbepaaldheidsrelaties is de mogelijkheid, deze relaties te deduceren uit een theorie — t.w. de quantummechanica —, die een quantitatief juiste verklaring geeft van verreweg de meeste der tot nu toe bekende atoomphysische verschijnselen.

Het is hier de plaats, iets meer te zeggen over de onderlinge verhouding van corpusculaire opvatting, undulatoire opvatting en quantummechanica.

De corpusculaire en de undulatoire opvatting van materie en straling zijn, in de vorm, waarin we ze tot nu toe hebben leren kennen, niet strijdig met de klassieke natuurkundige opvattingen.

Voor het licht hebben reeds vroeg een corpusculaire theorie (NEWTON) en een undulatoire (HUYGENS) naast elkaar gestaan. Voor de materie is weliswaar de corpusculaire opvatting sinds LEUCIPPUS gebruikelijk geweest, maar de golfmechanica in haar oorspronkelijke, van DE BROGLIE en SCHRÖDINGER

afkomstige, vorm maakt toch geen inbreuk op de klassieke beginselen van natuurverklaring.

Het is echter volgens klassieke opvattingen niet toelaatbaar, aan eenzelfde realiteit zowel een corpusculaire als een undulatoire structuur toe te schrijven. Ook betekent de in het bovenstaande besproken verzoening van de corpusculaire en de undulatoire opvatting met behulp van de onbepaaldheidsrelaties een breuk met de klassieke natuurbeschouwing, omdat tengevolge van de onbepaaldheid in de begincondities het verloop van beweging en golfvoortplanting zijn ondubbelzinnige gedetermineerdheid verliest.

Een andere situatie ontstaat, als men zich op het standpunt van de quantummechanica stelt. Men moet dan op de vergelijkingen van de klassieke corpusculaire, c.q. van de klassieke undulatoire, theorie een zgn. *quantisering* toepassen, die hierin bestaat, dat men de in de klassieke vergelijkingen optredende grootheden door grootheden van een nieuwe soort (zgn. *operatoren*) vervangt, waarmee volgens andere regels dan die van de gewone algebra wordt gerekend. Passen we nu deze quantisering toe op de vergelijkingen van de klassieke corpusculaire, resp. op die van de klassieke undulatoire, theorie, dan blijken deze theorieën, die oorspronkelijk onderling *strijdig*, dus *onverenigbaar*, waren, na de quantisering *gelijkwaardig* te zijn.

We kunnen dit resultaat als volgt schematisch voorstellen:

Vóór de quantisering:

Klassieke corpusculaire theorie der materie DEMOCRITUS	opp.	Klassieke undulatoire theorie der materie DE BROGLIE
Klassieke undulatoire theorie der straling HUYGENS-MAXWELL	opp.	Klassieke corpusculaire theorie der straling NEWTON-EINSTEIN

Ná de quantisering:

Gequantiseerde corpusculaire theorie der materie (der straling)	=	Gequantiseerde undulatoire theorie der materie (der straling)

In dit resultaat liggen nu verschillende interessante gevolgtrekkingen opgesloten. Letten we op de macroscopisch waarneembare verschijnselen, dan is voor de materie de corpusculaire, voor de straling de undulatoire theorie de meest geschikte. Zo is ook in de klassieke natuurkunde voor de stof de corpusculaire, voor de straling de undulatoire theorie gangbaar geworden en bij deze situatie zijn de natuurkundige eenheden volkomen aangepast.

Bedient men zich van deze eenheden, dan kan men echter ook de klassieke undulatoire theorie van de stof en de klassieke corpusculaire theorie van de straling op een zodanige wijze formuleren, dat het niet nodig is, een nieuwe natuurconstante in te voeren.

Zulk een constante — t.w. de constante h van PLANCK — treedt pas op, als men bv. een gevolgtrekking uit de corpusculaire theorie van de straling gaat interpreteren in termen van de undulatoire theorie. Een mooi voorbeeld daarvan levert de in hoofdstuk V te geven elementaire afleiding van het COMPTON-effect met behulp van een klassieke corpusculaire theorie van de straling; de constante van PLANCK treedt daar pas op, als men de energie van de photonen in verband brengt met de frequentie van de lichtgolven.

Zo speelt ook bij de discussie van experimenten over materiegolven de constante van PLANCK pas dan een rol, als men frequentie en golfgetal van deze golven in verband brengt met energie en impuls van stoffelijke corpuscula.

De quantisering in de zin van de exacte quantummechanica geeft nu een theoretische fundering van dit reeds voor de oudere quantumtheorie kenmerkende samengaan van de cor-

pusculaire en de undulatoire beschouwingswijze. In de grondvergelijkingen, die deze quantisering beheersen — de verwisselingsrelaties van HEISENBERG —, komt de constante van PLANCK dan ook voor.

[Dat in de niet-relativistische grondvergelijking van de klassieke golftheorie van de materie:

$$\frac{h^2}{8\pi^2 m}\,\Delta\psi + e\,V\psi - \frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0 \text{ (SCHRÖDINGER)}$$

de constante van PLANCK optreedt, is niet essentieel, doch moet worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat in de vergelijking de constanten m en c (massa, resp. lading van het electron) voorkomen, die slechts op de grondslag van de corpusculaire theorie van de stof begrepen kunnen worden. Stellen we:

$$\frac{e}{h} = \varepsilon, \qquad \frac{m}{h} = \mu,$$

dan krijgt de golfvergelijking de juistere gedaante:

$$\frac{1}{8\pi^2\mu}\,\Delta\psi + \varepsilon\,V\psi - \frac{1}{2\pi i}\,\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0.$$

Voeren we deze substitutie uit in de relativistische grondvergelijking van de klassieke golftheorie van de materie, die volgens GORDON-KLEIN

$$\left\{-\left(-\frac{1}{c}\,\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e}{c}\,V\right)^2 + \sum_{x,y,z}\left(\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c}\,A_x\right)^2 + m^2c^2\right\}\psi = 0,$$

volgens DIRAC

$$\left\{-\frac{1}{c}\,\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e}{c}V + \rho_1 \sum_{x,y,z}\sigma_x \times \left(\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c}\,A_x\right) + \rho_3\,mc\right\}\psi = 0$$

luidt, dan verdwijnt ook hieruit de constante van PLANCK.

De vergelijking van GORDON-KLEIN zou gebruikt kunnen worden bij een golftheoretische discussie van de proeven van J. J. THOMSON en van W. KAUFMANN ter bepaling van $\frac{e}{m}$ $(= \frac{\varepsilon}{\mu}!)$, de vergelijking van DIRAC bovendien bij de golftheoretische discussie van de proef van STERN-GERLACH, waarmee de constante $\varepsilon = \frac{e}{h}$ kan worden gevonden.

Quantiseert men de golfvergelijkingen op de door JORDAN en WIGNER aangegeven wijze — men spreekt in dit geval minder juist van *supraquantisering,* daarmee ten onrechte suggererend, dat ook de golfvergelijking zelf reeds een quantumtheoretisch element zou bevatten —, dan blijkt de hoeveelheid massa, resp. de hoeveelheid lading in een deel van de ruimte slechts de waarden $nh\mu$, resp. $-nh\epsilon$ $(n = 0, 1, 2, 3, \ldots.)$, te kunnen aannemen. Daarmee is de aansluiting bij de corpusculaire opvatting bereikt: de materie „bestaat" blijkbaar „uit" discrete deeltjes met massa $h\mu = m$ en lading $h\epsilon = e$.]

Het typisch quantumtheoretische is dan ook niet gelegen in het toepassen van een undulatoire theorie van de stof of van een corpusculaire theorie van de straling — al lijkt dit zo door de gang van de ontwikkeling —, maar in de *gelijktijdige* toepassing van *beide* theorieën, die mogelijk wordt gemaakt door de quantisering.

Een tweede gevolgtrekking uit de quantisering betreft het feit, dat men de corpuscula, waaruit men stof en straling opgebouwd denkt, als qualitatief en quantitatief in zo hoge mate als gelijk moet beschouwen, dat van een identificatie op grond van individuele karaktertrekken in het geheel geen sprake kan wezen. Dit feit, waarmee in de statistiek van ROSE-EINSTEIN voor de photonen en in de statistiek van FERMI-DIRAC en het zgn. beginsel van PAULI voor electronen rekening wordt gehouden, vindt in de quantisering zijn fundering.

Een derde gevolgtrekking uit de quantisering vormen de onbepaaldheidsrelaties.

Zeer spoedig zijn de beschouwingen van HEISENBERG het uitgangspunt geworden van een met exacte middelen uitgevoerde

logische analyse der quantummechanica. De voornaamste publicaties op dit gebied zijn: VON NEUMANN [1], BIRKHOFF-VON NEUMANN [1], STRAUSS [1]-[5] en FÉVRIER-DESTOUCHES [1]-[5].

Hoewel dit misschien niet behoeft te worden gezegd, worde er toch nog even — om elk denkbaar misverstand te voorkomen — de nadruk op gelegd, dat het hier niet te doen is om het leveren van een aprioristische deductie van de wetten van de quantummechanica. Het gaat ook niet om de toetsing van de quantumtheorie aan als juist vooropgestelde wijsgerige meningen; evenmin om een poging, aan de quantumtheorie argumenten voor een of ander philosophisch systeem te ontlenen.

Het gaat in de zojuist genoemde publicaties uitsluitend om het vaststellen van de logische structuur van de quantumtheorie. De daaromtrent verkregen resultaten zullen in het volgende hoofdstuk worden besproken. Daarna zal worden onderzocht of de ingevoerde begrippen en de verworven inzichten ook op andere natuurkundige theorieën kunnen worden toegepast.

De eigenaardige werkwijze van de nieuwere quantumtheorie, die zich op zo diepgaande wijze onderscheidt van de methodes der klassieke natuurkunde, heeft van natuurphilosophische zijde scherpe kritiek uitgelokt. Zo schrijft E. MAY ([2], S. 18) naar aanleiding van DIRAC'S uitspraak:

„The waves and particles should be regarded as two abstractions which are useful for describing the same physical reality. One must not picture this reality as containing both the waves and particles together and try to construct a mechanism, acting according to physical laws, which shall correctly describe their connection and account for the motion of the particles. Any such attempt would be quite opposed to the principles by which modern physics advances"

deze scherpe woorden neer:

„Also nicht unüberwindliche Schwierigkeiten, sondern „Grundsätze" sind es, und zwar, wie wir hinzufügen dürfen, radikal positivistische Grundsätze oberflächlichsten Art, wel-

che die mechanische Naturerklärung aus ihrem ureigenen Bereich vertrieben haben . . . ."

Elders ([1], S. 385) schrijft MAY in meer positieve zin: „Daraus erhellt aber ohne weiteres, dass die Physik alles, was nun einmal zu ihrem Inhalt gehört, anschaulich-mechanisch darstellen *kann*, wenn sie nur *will*."

Tegenover deze uitlatingen mogen nog eens de feiten der recente wetenschapsgeschiedenis in herinnering worden gebracht. LORENTZ en POINCARÉ hebben reeds bewezen, dat de door PLANCK opgestelde en door herhaalde metingen bevestigde stralingswet niet kon worden afgeleid op de grondslag van de klassieke natuurkunde. Sindsdien zijn verschillende andere experimentele resultaten verkregen, die evenmin vatbaar bleken voor een klassieke verklaring.

Nu is omstreeks 1925 door DE BROGLIE, SCHRÖDINGER, HEISENBERG en DIRAC een systeem van natuurverklaring ontwikkeld, dat van deze verschijnselen op qualitatief en quantitatief bevredigende wijze rekenschap vermag te geven en dat bovendien op geheel onverwachte wijze licht brengt in andere problemen, die de klassieke physica niet tot klaarheid had vermogen te brengen, bv. in de vraag naar de oorzaak van de homoeopolaire chemische binding.

Dit systeem van natuurverklaring sluit de klassieke, mechanicistische, physica als grensgeval in en is in staat de grenzen aan te geven, binnen welke deze laatste met vol vertrouwen kan worden toegepast.

Op de grondstellingen nu van dit systeem van natuurverklaring, niet op de grondstellingen van een of ander wijsgerig stelsel, beroept DIRAC zich. Men kan natuurlijk niemand verbieden, deze grondstellingen, en daarmee de gehele quantumtheorie, te verwerpen. Wetenschappelijke betekenis kan deze verwerping echter pas verkrijgen, wanneer de mogelijkheid van een mechanische verklaring van *alle* natuurkundige verschijnselen niet slechts betoogd, maar ook verwezenlijkt wordt; het slagen van een poging in deze richting kan echter, gezien het resultaat van LORENTZ en POINCARÉ, met grond worden betwijfeld.

Zou zulk een poging echter slagen, dan zou daarin opgesloten liggen, dat de huidige quantumtheorie op een geheel

onjuiste grondslag berust (verg. VON NEUMANN [1, Ss. 172—173); dit nu is weinig aannemelijk, gezien de resultaten, die door haar toepassing zijn verkregen.

MAY beroept zich nog op door KORN e.a. gegeven hydrodynamische modellen. Ook dit argument houdt geen steek. Er is geen enkel principieel bezwaar tegen de constructie van een klassiek hydrodynamisch model, waarvan de toestandsveranderingen beantwoorden aan de golfvergelijking van SCHRÖDINGER of zelfs aan die van GORDON-KLEIN of van DIRAC; daarom hebben we die vergelijkingen ook uitdrukkelijk als *klassieke* golfvergelijkingen betiteld. Een dergelijk model echter geeft nimmer rekenschap van die verschijnselen, welker verklaring een beroep op de corpusculaire theorie vereist. Onze golfvergelijkingen leveren zulk een verklaring pas, als men ze aan het proces der quantisering onderwerpt, dat echter aan de klassieke opvattingen geheel vreemd is, zodat een klassiek hydrodynamisch model alleen aan de niet-gequantiseerde, nooit aan de gequantiseerde golfvergelijking kan beantwoorden.

De bij velen bestaande opvatting, dat in de moderne natuurkundige theorieën — i.h.b. in de relativiteitstheorie en in de quantumtheorie — een belangrijk element van willekeur zou schuilen, en dat men, als men zich maar niet gewonnen had gegeven aan „positivistische" en andere vooroordelen, ook heel goed op een met de traditionele opvattingen beter strokende wijze rekenschap had kunnen geven van de waargenomen verschijnselen, kàn wellicht het best worden weerlegd door een verwijzing naar de andere theorieën, die indertijd zijn voorgesteld, maar die geen ingang hebben gevonden. Door enig zoeken in het *Journal de physique* van de jaren 1909—1914 — de jaren dus, die onmiddellijk zijn voorafgegaan aan het bekend worden van de algemene relativiteitstheorie van EINSTEIN en de atoomtheorie van BOHR — vond ik niet minder dan zestien titels van verhandelingen, gewijd aan de theorie van de gravitatie, de straling en de atoombouw, t.w.

T. TOMASINA, C. R. Paris 1909
L. DECOMBE, Ibid. *156*, 1913
A. SÉLIGMANN-LUI, Journal de Physique V, 4, 1914

G. N. LEWIS, Philos. Mag. *16*, 1908
H. A. WILSON, Ibid. *21*, 1911
S. B. MAC LAREN, Ibid. *26*, 1913
H. BATEMAN, Ibid.
J. J. THOMSON, Ibid.
A. SCHOTT, Ann. de Physik, *24*, 1907
W. RITZ, Ibid. *25*, 1908
G. NORDSTRÖM, Ibid. *41*, 1913
D. A. GOLDHAMMER, Physik Zs. *13*, 1912
M. ABRAHAM, Ibid.
G. BORELIUS, Ibid.
G. JAUMANN, Ibid. *15*, 1914
E. GEHRCKE, Ibid.

Dat de in deze geschriften ontwikkelde theorieën geen ingang hebben gevonden, moet worden toegeschreven aan haar gebrek aan innerlijke consistentie en aan overeenstemming met de waargenomen verschijnselen, niet aan een positivistische of andere vooropgestelde mening, die het oordeel van de physici zou hebben vertroebeld.

AANHANGSEL I

Het is gewenst, nog iets uitvoeriger in te gaan op de complementariteit van de corpusculaire en de undulatoire beschouwingswijze.

Bepalen we ons kortheidshalve tot de beschouwing van de materie — voor het veld geldt m.m. hetzelfde als voor de materie —, dan kunnen we a priori vier soorten van experimentele resultaten onderscheiden, t.w. zulke, die

1) uitsluitend met behulp van de deeltjestheorie,
2) uitsluitend met behulp van de continuumtheorie,
3) naar keuze met behulp van de deeltjestheorie of van de continuumtheorie,
4) uitsluitend door gelijktijdige toepassing van de deeltjestheorie en van de continuumtheorie,

van de stof kunnen worden verklaard.

Er zijn experimentele resultaten, als onder 1) en 2) bedoeld; daarin ligt juist de moeilijkheid.

Experimentele resultaten, als onder 3) bedoeld, zijn er ook (verg. Aanhangsel II). Deze zijn zeer belangrijk, want zij stellen ons in staat, verband te leggen tussen de continuumtheorie en de deeltjestheorie van de stof. Dit verband blijkt als volgt te kunnen worden omschreven: zou men op grond van de deeltjestheorie de uitslag van een experiment, als onder 3) bedoeld, toeschrijven aan de inwerking op het proefapparaat van deeltjes met impuls p en arbeidsvermogen E, dan moet men op grond van de continuumtheorie een inwerking onderstellen van golven met golflengte $\lambda = 2\pi h/p$ en trillingsgetal $n = E/2\pi h$; hierin is h een universele constante, de *constante van* PLANCK.

Experimentele resultaten, als onder 4) bedoeld, zijn echter nimmer gevonden. Dit is maar gelukkig ook, want ter verklaring daarvan zou men zich tegelijkertijd op twee onderling tegenstrijdige verklaringsbeginselen moeten beroepen, en dus in de natuurkunde een formele tegenspraak moeten invoeren. Zoals de zaken thans staan, bedient de natuurkunde zich weliswaar van twee tegenstrijdige verklaringsbeginselen, maar zóó, dat bij een gegeven proefopstelling slechts één van deze beide beginselen behoeft te worden toegepast.

Om de zojuist bedoelde formele tegenspraak voorgoed uit te sluiten, moet men blijkbaar aannemen, dat er nimmer een experimenteel resultaat, als onder 4) bedoeld, kan worden gevonden. Er moet, m.a.w., een algemene natuurwet zijn, die het optreden van zulk een resultaat belet.

BOHR heeft nu laten zien, dat deze natuurwet, als men gebruik maakt van de termen van de deeltjestheorie van de stof, als volgt kan worden geformuleerd:

Er is geen experiment, dat aanleiding geeft, om aan een stofdeeltje op zeker tijdstip zowel een nauwkeurig bepaalde plaats als een nauwkeurig bepaalde impuls toe te schrijven.

Dit beginsel kan als volgt worden aangevuld:

Staat een experiment toe, zowel de plaats als de impuls van een stofdeeltje op zeker tijdstip te bepalen, dan is de uitslag van dit experiment noodzakelijkerwijs met een zekere onnauwkeurigheid behept en wel bestaat er tussen de onnauwkeurig-

heid Δx in de plaats en de onnauwkeurigheid Δp in de impuls de betrekking

$$\Delta x \Delta p \geqq 2\pi h$$

Deze beide beginselen, waarvan het tweede als de *onnauwkeurigheidsbetrekking van* HEISENBERG bekend staat, vormen tezamen het *beginsel der complementariteit van* BOHR. Men kan deze beginselen ook in termen van de continuumtheorie van de stof uitdrukken. Een soortgelijk beginsel, dat eveneens op twee manieren kan worden geformuleerd, geldt voor het veld. Uit het beginsel der complementariteit blijkt nu inderdaad te volgen, dat het optreden van een experiment, als onder 4) bedoeld, niet mogelijk is.

AANHANGSEL II

Ter toelichting van de beschouwingen over de corpusculaire en de undulatoire theorie van de materie moge worden uiteengezet, op welke wijze men aan de hand van elk dezer beide klassieke theorieën rekenschap kan geven van een — voor de theoretische discussie — eenvoudige proef met kathodestralen. Een kathodestraalbundel doorloopt een ruimte, waarin een homogeen electrisch veld E en een homogeen magnetisch veld H aanwezig zijn en wordt dientengevolge afgebogen. We kiezen het punt O, waar de bundel de bedoelde ruimte binnentreedt, als oorsprong van een assenstelsel. OX wordt in de oorspronkelijke richting van de stralen gekozen, OZ in de gemeenschappelijke richting van de electrische en de magnetische veldsterkte.

1. Volgens de corpusculaire theorie bestaan de kathodestralen uit bewegende geladen deeltjes (massa m, lading $-e$); ze ondervinden dus een kracht van COULOMB Ee in de z-richting en een kracht van LORENTZ Hev in de y-richting (de verandering van v onderstellen we relatief klein); de bewegingsvergelijkingen luiden derhalve:

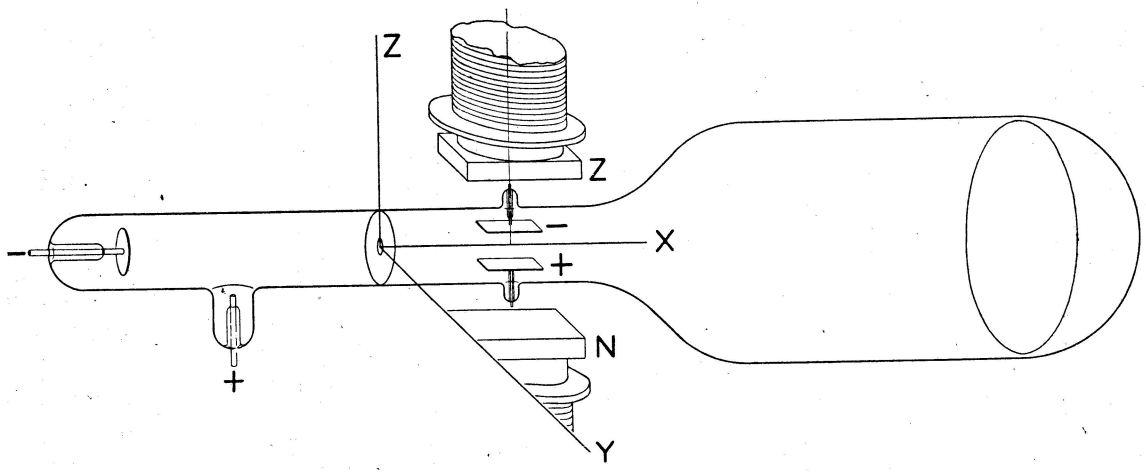


Fig. 3

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Hev$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = Ee$$

Gezien de begincondities is dus:

$$\frac{dx}{dt} = v \qquad x = v\,(t-t_0)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Hev}{m}\,(t-t_0) \qquad y = \frac{Hev}{2m}\,(t-t_0)^2 + \text{constant}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Ee}{m}\,(t-t_0) \qquad z = \frac{Ee}{2m}\,(t-t_0)^2 + \text{constant}$$

zodat de vergelijking van de baankrommen luidt:

$$y = \frac{He}{2mv}\,x^2 + \text{constant}$$

$$z = \frac{Ee}{2mv^2}\,x^2 + \text{constant}$$

2. Aan de golftheoretische discussie leggen we de golfvergelijking van GORDON-KLEIN in de vorm:

$$\left\{-\left(\frac{1}{2\pi ci}\,\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c}\,V\right)^2 + \sum_{x,y,z}\left(\frac{1}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{c}\,A_x\right)^2 + \mu^2c^2\right\}\psi = 0$$

ten grondslag.
In ons geval is:

$$V = -Ez, \qquad A_x = Hy, \qquad A_y = 0 \qquad A_z = 0.$$

Met weglating van termen in ϵ^2 krijgen we dus:

$$\frac{1}{4\pi^2c^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{\varepsilon Ez}{\pi c^2 i}\,\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{4\pi^2}\,\Delta\psi + \frac{\varepsilon Hy}{\pi i}\,\frac{\partial\psi}{\partial x} + \mu^2c^2\psi = 0.$$

We zoeken een oplossing van de gedaante:

$$\psi = \psi_0 \, e^{i\varepsilon f} = e^{+ 2\pi i \, (\nu t - \sigma x) + i\varepsilon f},$$

waarin ψ_0 voldoet aan de golfvergelijking, die ontstaat, als we ook de termen in ϵ weglaten; daartoe moet:

$$- \frac{\nu^2}{c^2} + \sigma^2 + \mu^2 c^2 = 0$$

Voor f vinden we, als we Δf verwaarlozen — in hoeverre dit geoorloofd is, kan achteraf door beschouwing van de verkregen oplossing worden onderzocht —, de vergelijking

$$\frac{\partial f}{\partial x} = - 2\pi H y - \frac{2\pi\nu E}{c^2\sigma} z$$

Hieruit volgt:

$$f = - 2\pi H x y - \frac{2\pi\nu E}{c^2\sigma} xz$$

en

$$\psi = e^{2\pi i \, (\nu t - \sigma x - H\varepsilon x y - \frac{\nu E \varepsilon}{c^2\sigma} xy)}$$

De golffronten hebben dan de vergelijking:

$$x + \frac{H\varepsilon}{\sigma} xy + \frac{\nu E\varepsilon}{c^2\sigma^2} xz = \text{constant}$$

en de normalen op de golffronten — de „stralen" — worden voorgesteld door:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{H\varepsilon}{2\sigma} x^2 + \text{const.} \\ z &= \frac{\nu E\varepsilon}{2c^2\sigma^2} x^2 + \text{const.} \end{aligned}\right\}$$

alles met verwaarlozing van hogere machten van ϵ.

Om de vergelijking van dit onder inachtneming van de eisen van de relativiteitstheorie verkregen resultaat met de op grond van de niet-relativistische corpusculaire theorie verkregen uitkomst mogelijk te maken, moeten we σ klein onderstellen t.o.v. mc, en

$$v = \mu c^2$$

stellen.

We zetten nu de verkregen resultaten naast elkaar:

corpusculaire theorie:	*undulatoire theorie:*
$y = \frac{He}{2mv} x^2$	$y = \frac{H\varepsilon}{2\sigma} x^2$
$z = \frac{Ee}{2mv^2} x^2$	$z = \frac{E\mu\varepsilon}{2\sigma^2} x^2$

Nu zijn x, y, z, H en E meetbaar; stellen we $\frac{2y}{Hx^2} = p$, $\frac{2z}{Ex^2} = q$, dan zijn p en q dus bekend en we krijgen:

$$\frac{e}{mv} = p \qquad \frac{\varepsilon}{\sigma} = p$$

$$\frac{e}{mv^2} = q \qquad \frac{\mu\varepsilon}{\sigma^2} = q$$

of:

$$\frac{e}{m} = \frac{p^2}{q} \qquad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{p^2}{q}$$

$$v = \frac{p}{q} \qquad \frac{\sigma}{\mu} = \frac{p}{q}$$

Bij de uitvoering van de proef worden weliswaar x, y en z niet zelf gemeten (de kathodestralen doorlopen, voor ze het scherm treffen, nog een ruimte, die geen veld bevat), maar van deze complicatie kunnen we thans afzien.

Beide theorieën leveren omtrent de uitslag van de proef, ook bij variatie van de omstandigheden, dezelfde voorspellingen. Variëren we alleen E en H, dan veranderen p en q niet; variëren we ook de overige condities — i.h.b. de spanning tussen anode en kathode —, dan kunnen p en q veranderen, maar p^2/q verandert niet. De uitslag van de proef bevestigt de voorspellingen. We kunnen derhalve, als we ons aan de corpusculaire theorie houden, de waarden van $\frac{e}{m}$ en van v, als we ons aan de undulatoire theorie houden, de waarden van $\frac{\varepsilon}{\mu}$ en van $\frac{\sigma}{\mu}$ berekenen op grond van de proefuitslagen.

Men kan blijkbaar de proeven van THOMSON en KAUFMANN even goed met behulp van de golftheorie als met behulp van de corpusculaire theorie discuteren. Er zijn evenwel ook experimenten, die, hetzij alleen op grond van de klassieke corpusculaire theorie, hetzij alleen op grond van de klassieke undulatie-theorie, begrepen kunnen worden.

Tot de eerste groep behoort de proef van MILLIKAN. Deze proef leert ons de constante e kennen, waardoor ook de constante m en de van de proefopstelling afhankelijke grootheid v berekend kunnen worden.

Tot de tweede groep van experimenten behoort de proef van DAVISSON en GERMER over de *buiging* van kathodestralen. Deze proef levert ons de waarde van σ, waardoor ook ϵ en μ te berekenen zijn.

Vergelijkt men nu de aan de hand van de corpusculaire, resp. van de undulatoire, theorie gevonden waarden voor e, m, v en voor ϵ, μ, σ, dan blijkt:

$$e = h\epsilon$$
$$m = h\mu$$
$$mv = h\sigma$$

waarin h de constante van PLANCK is. We zien ook hier, evenals in de stralingstheorie, deze constante optreden op het ogenblik, dat we verband trachten te leggen tussen de voor de cor-

pusculaire en de voor de undulatoire theorie kenmerkende grootheden. Het leggen van zulk een verband is van het standpunt van de klassieke physica natuurlijk zinloos.

Van het standpunt der klassieke physica uit is de proef van MILLIKAN als een *experimentum crucis* ten gunste van de corpusculaire, de proef van DAVISSON en GERMER als een *experimentum crucis* ten gunste van de undulatoire theorie, te beschouwen; merkwaardig is, dat elk van deze proeven één van deze theorieën op volkomen ondubbelzinnige wijze bevestigt.

Om een grondslag te vinden voor de gelijktijdige verklaring van beide proeven, waardoor tegelijk rekenschap kan worden gegeven van de betrekkingen $e = h\epsilon$ enz., moet men overgaan naar de quantummechanica. Men moet, m.a.w., de grondvergelijkingen van de klassieke theorie *quantiseren*. Ik heb reeds gewezen op het opmerkelijke en vertrouwenwekkende feit, dat de quantisering van de undulatoire theorie hetzelfde resultaat oplevert als die van de corpusculaire theorie.

V. DE LOGISCHE STRUCTUUR DER QUANTUMTHEORIE

Wanneer men de inhoud van de quantumtheorie op zodanige wijze wil formuleren, dat haar logische structuur duidelijk in het licht treedt, heeft men niet minder dan drie verschillende terminologieën nodig.

In de eerste plaats de *terminologie van het mathematisch formalisme*. Met behulp van deze terminologie wordt bv. de vergelijking van SCHRÖDINGER geformuleerd.

Ten tweede de *microphysische terminologie*. Met behulp van deze terminologie kan men over de toestand van microphysische systemen (atomen, moleculen, enz.) spreken.

De derde terminologie is de *macrophysische terminologie*. Deze dient in het bijzonder om de resultaten van atoomphysische experimenten te beschrijven. De macrophysische terminologie beschrijft, in tegenstelling tot de eerste twee terminologieën, in ruimte en tijd verlopende processen; ze kan worden beschouwd als een onderdeel van de gewone omgangstaal.

De macrophysische terminologie, aangevuld met enkele specifieke atoomphysische termen als „electron", „lichtquantum" e.d., wordt ook gebruikt voor het formuleren van de elementaire quantummechanische beschouwingswijze.

Deze beschouwingswijze wordt echter in een logische opbouw van de quantumtheorie niet opgenomen.

Hiervoor zijn twee argumenten aan te voeren. Ten eerste is het opnemen van de elementaire beschouwingswijze in een logische opbouw van de quantumtheorie niet *nodig*; in de tweede plaats is het niet *mogelijk*. Beide argumenten zullen uitvoerig worden ontwikkeld. Aan het slot van dit hoofdstuk zal op grond van de ontwikkelde logische analyse van de quantumtheorie nog een wat dieper gaande logische karakteristiek van de elementaire beschouwingswijze worden gegeven.

Dat het opnemen van de elementaire beschouwingswijze in een logische opbouw van de quantumtheorie *niet nodig* is, wordt duidelijk, als we letten op de manier, waarop deze beschouwingswijze wordt toegepast; ze treedt uitsluitend op als heuristisch hulpmiddel.

Ze wordt als zodanig vooral in drie gevallen gebruikt.

a) Bij de voorlopige uitlegging van de resultaten van experimenteel onderzoek. Wanneer wij bv. de titelplaat beschouwen en zeggen: deze photographie vertoont het buigingsbeeld van een electronengolf, die een blaadje goud heeft gepasseerd, dan passen we de elementaire beschouwingswijze toe. Deze voorlopige uitlegging wijst dan echter tegelijk aan, in welke richting de exacte theoretische analyse van het waargenomen verschijnsel moet worden gezocht. Pas deze exacte analyse geeft ons de definitieve quantumtheoretische verklaring van de verschijnselen; deze verklaring is doorgaans ook quantitatief meer betrouwbaar dan de elementaire.

b) In die gevallen, waar de exacte behandeling in beginsel mogelijk is, maar op mathematische moeilijkheden stuit, zodat een approximatieve oplossing moet worden toegepast, kan een voorafgaande elementaire behandeling waardevolle aanwijzingen geven over de wijze, waarop de benadering moet worden uitgevoerd, opdat een in hoofdzaak juiste oplossing worde verkregen.

c) Wanneer de exacte behandeling van een of ander probleem op quantumtheoretische grondslag niet mogelijk is, of wanneer zulk een behandeling wel voorhanden is, maar tot met de ervaring strijdige uitkomsten leidt — in beide gevallen bestaat in de quantumtheorie een nog aan te vullen essentiële lacune —, kan een elementaire beschouwing vaak aanwijzingen geven, op welke wijze het quantummechanisch apparaat moet worden aangevuld. Onder dit hoofd kan ook het geval worden gebracht, dat een exacte quantumtheoretische behandeling voorhanden is, die met de experimenten overeenstemmende resultaten oplevert, maar niet beantwoordt aan bepaalde aan een physische theorie te stellen eisen, bv. aan de eis der relativiteitstheoretische invariantie.

Het inschakelen van de elementaire beschouwingswijze betekent in al deze gevallen een beroep op het correspondentiebeginsel, dat, zoals we hebben gezien, een zo nauw mogelijke aansluiting van de quantumtheorie bij de klassieke natuurkunde eist. „Das Korrespondenzprinzip ist ein Ausdruck für die Bestrebung, ungeachtet des grundsätzlichen Gegensatzes zwischen den Postulaten der Quantentheorie und den klassischen Theorien, jeden Zug dieser Theorien bei dem Ausbau der Quantumtheorie in sinngemässer Umdeutung zu verwerten" (BOHR [1], S. 24). Het laatste woord kan de elementaire beschouwingswijze echter nimmer spreken; dit komt toe aan de exacte theorie.

Daardoor kan de elementaire beschouwingswijze in een logische opbouw van de quantumtheorie worden gemist. Ze is, om een term van LEIBNIZ te gebruiken, een „ars inveniendi", geen „ars judicandi"; ze stelt ons in staat, juiste argumenten op het spoor te komen, maar levert zelf geen betrouwbare maatstaf op voor de juistheid van een argument.

Het opnemen van de elementaire beschouwingswijze in een logische opbouw van de quantummechanica is niet *mogelijk*, omdat deze beschouwingswijze geen logisch consistent systeem vormt. Hoever de toepassingsmogelijkheid van de corpusculaire, hoever die van de undulatoire opvatting gaat, kan niet zo nauwkeurig worden vastgesteld, als voor een logische opbouw vereist is. Elke poging, de wederkerige grenzen van deze beide opvattingen te preciseren, houdt in wezen een overgang naar de exacte beschouwingswijze in.

Wanneer we de elementaire beschouwingswijze van de logische opbouw van de quantumtheorie uitsluiten, dan betekent dit in zekere zin een inbreuk op het in hoofdstuk IV besproken complementariteitsbeginsel van BOHR. Wezenlijk is deze inbreuk echter geenszins. Immers, de macroscopische terminologie wordt ook door mij als onmisbaar aangemerkt. Zij kan echter naar mijn mening in een logische opbouw van de quantumtheorie slechts worden gehandhaafd als hulpmiddel bij de *beschrijving* van de afzonderlijke atoomphysische experimenten — en alleen haar onmisbaarheid voor dit doel wordt door BOHR aangetoond —, maar niet als uitdrukkingsmiddel voor

beschouwingen, die een *verklaring* van deze experimenten willen leveren.

De quantumtheorie omvat derhalve drie stelsels van beweringen; de beweringen van het eerste stelsel, kortheidshalve als W_Q aan te duiden, worden geformuleerd met behulp van de macrophysische terminologie en beschrijven de uitslag van experimenten; de beweringen van het tweede stelsel, kortheidshalve als P_Q aan te duiden, worden met behulp van de microphysische terminologie geformuleerd, beschrijven de inwendige toestand van de atomaire systemen en vormen dus de eigenlijke inhoud van de quantummechanica; de beweringen van het derde stelsel, kortheidshalve als M_Q aan te duiden, worden geformuleerd met behulp van de terminologie van het mathematisch formalisme en vormen het mathematisch apparaat van de quantumtheorie.

De volgende beschouwingen zullen gewijd zijn aan de inwendige logische structuur van de systemen W_Q, P_Q en M_Q en aan hun onderlinge logische betrekkingen.

Daaromtrent kan in de eerste plaats melding worden gemaakt van een tweetal stellingen, op welker belang i.h.b. STRAUSS heeft gewezen:

1) De inwendige logische structuur — de „logische syntaxis" — van het systeem P_Q beantwoordt niet aan de klassieke logica.

2) De logische syntaxis van het systeem P_Q ligt besloten in het systeem M_Q; m.a.w., wil men weten, onder welke voorwaarden een bewering p_1 van P_Q afleidbaar is uit de beweringen p_2, p_3. ....p_k van P_Q, dan moet men het systeem M_q raadplegen.

De strekking van deze beide stellingen blijkt het gemakkelijkst, wanneer we, met STRAUSS, eerst de logische structuur van de klassieke mechanica onderzoeken; we beschouwen daartoe het reeds eerder besproken geval van een stoffelijk punt en zien daarbij af van de voor de klassieke mechanica niet essentiële kansberekening.

We denken evenals in het vorige hoofdstuk de mogelijke momentane bewegingstoestanden van het stoffelijke punt af-

gebeeld op de punten van een plat vlak, dat voortaan als zijn *configuratievlak* zal worden aangeduid.

We nemen het geval van een stoffelijk punt m, dat zich langs een rechte lijn AB kan bewegen, en dat een kracht ondervindt, die recht evenredig is met zijn afstand van een vast punt M op AB (quasi-elastisch gebonden stoffelijk punt). Stellen

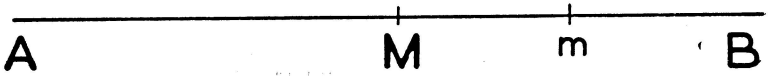


Fig. 4

we de afstand Mm op zeker tijdstip t voor door x, dan wordt de beweging van m beheerst door een vergelijking van de vorm:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{n} x$$

Stelt men $m \frac{dx}{dt} = p$, dan kan men deze vergelijking vervangen door

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} p \qquad \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{n} x$$

De mechanische energie van het stoffelijk punt wordt voorgesteld door

$$H = \frac{1}{2n} x^2 + \frac{1}{2m} p^2$$

We weten, dat H tijdens de beweging niet verandert.

We beschouwen nu x en p als coordinaten van een punt m^1 (het beeldpunt van m) in het configuratievlak. Het *punt* m^1 beweegt zich in het configuratievlak langs een der krommen

$$H = \frac{1}{2n} x^2 + \frac{1}{2m} p^2 = \text{constant.}$$

Zo'n kromme (in de figuur zijn er twee getekend) wordt in

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{mn}} \text{ sec. doorlopen.}$$

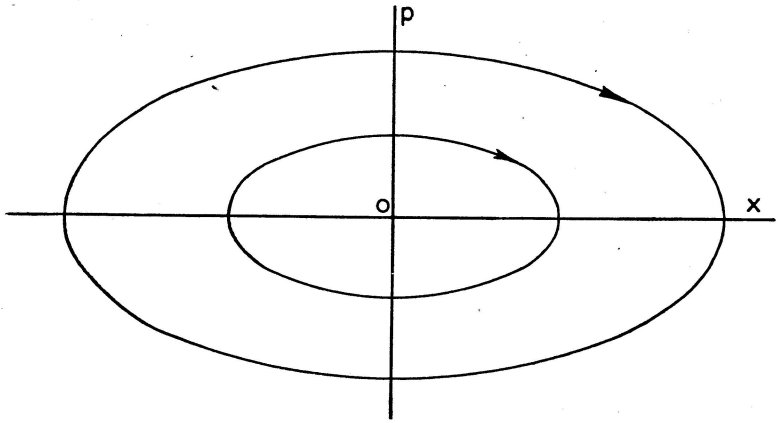


Fig. 5

Weten we, wat de bewegingstoestand van het punt m op zeker tijdstip t_0 is (d.w.z. kennen we de ligging van het punt m^1 op het tijdstip t_0), dan is daardoor de bewegingstoestand van m (d.w.z., de ligging van het punt m^1) op elk volgend tijdstip ondubbelzinnig bepaald.

We kunnen nu overgaan tot de constructie van de logische syntaxis van dat deel van de klassieke mechanica, dat de beweging van het stoffelijk punt m behandelt. We beginnen weer met het opstellen van de vormregels. Als *bouwstenen* merken we aan tekens van onderstaande vorm:

$$[x,\ p]_t,$$

waarin de letters „x", „p" en „t" door letters of door reële getallen kunnen worden vervangen. (De intelligente lezer begrijpt, dat zulk een teken een bewering van de vorm: „de bewegingstoestand van m wordt op het tijdstip t door de grootheden x en p gekenmerkt", moet vertegenwoordigen; maar dat laten we voorlopig in het midden, omdat het vastleggen van de *betekenis* van de tekens niet tot taak van de logische syntaxis, maar tot die der semantiek behoort.)

We kunnen nu op dezelfde wijze als in hoofdstuk I aan de

verschillende tekens en tekencombinaties namen geven, en kunnen dan de *vormregels* als volgt formuleren:

$V_N1)$ De bouwstenen „$[x, p]_t$" zijn uitdrukkingen.
$V_N2)$—$4)$ gelijkluidend met $V2)$—$4)$.

De uitdrukkingen van de newtoniaanse mechanica wijken van die van de logica der beweringen dus slechts af door de afwijkende keuze van de bouwstenen.

Een belangrijker onderscheid vinden we in de deductieregels; de deductieregels van de logica der beweringen nemen we onveranderd over:

$D_N1)$—$6)$ gelijkluidend met $D1)$—$6)$.

De in deze regels neergelegde deductiemiddelen zijn echter geenszins voldoende voor de deductieve behandeling van de beweging van het punt m. Daarom wordt aan deze regels nog een nieuwe, voor de newtoniaanse mechanica kenmerkende, deductieregel toegevoegd; deze luidt:

$D_N 7)$ „$[x + \frac{1}{m} pdt,\ p - \frac{1}{n} xdt]_{t+dt}$" is een *onmiddellijke conclusie* uit „$[x, p]_t$".

We kunnen nu het begrip *afleidbaar* (weliswaar niet zeer exact, maar voor ons doel wel scherp genoeg) als volgt omschrijven; een uitdrukking T heet *afleidbaar* uit de uitdrukkingen (praemissen) $P, Q, R, \ldots$, als zij uit deze uitdrukkingen door herhaalde toepassing van de regels $D_N1)$—$7)$— voor wat regel $D_N7)$ betreft eventueel door integratie — kan worden verkregen.

Ter toelichting van deze omschrijving een eenvoudig voorbeeld. Zij gegeven de praemisse „$[0,0]_t$". Volgens regel $D_N7)$ is een onmiddellijke conclusie uit deze praemisse „$[0,0]_{t+dt}$". Door integratie vindt men de uitdrukking „$[0,0]_{t+\tau}$, die dus afleidbaar is uit de praemisse.

Opmerking. Voor den kenner van de analytische mechanica worde even de algemene formulering van regel $D_N7)$ vermeld. We denken de bewegingstoestand door kanonieke para-

meters $q_1, q_2, \ldots, q_n, p_1, p_2, \ldots p_n$ vastgelegd en geven dienovereenkomstig aan de bouwstenen de vorm:

$$[q_1, q_2, \cdots q_n, p_1, p_2, \cdots p_n]_t .$$

Onderstellen we verder, dat het stelsel een functie van HAMILTON H bezit, dan kunnen we regel $D_N 7$) als volgt formuleren:

$$D_N 7) \text{„}[q_1 + \frac{\partial H}{\partial p_1} dt,\ q_2 + \frac{\partial H}{\partial p_2} dt, \cdots,\ q_n + \frac{\partial H}{\partial p_n} dt,$$
$$p_1 - \frac{\partial H}{\partial q_1} dt,\ p_2 - \frac{\partial H}{\partial q_2} dt, \cdots,\ p_n \frac{\partial H}{\partial q_n}]_{t+dt}\text{''}$$

is een onmiddellijke conclusie uit „$[q_1, q_2 \cdots, q_n, p_1, p_2 \cdots, p_n]_t$".—

Onze deductieregel $D_N 7$) vertegenwoordigt blijkbaar het mechanicistisch *causaliteitsbeginsel,* dat als volgt onder woorden kan worden gebracht: de bewegingstoestand van een mechanisch systeem op het tijdstip t bepaalt op ondubbelzinnige wijze zijn bewegingstoestand op het tijdstip $t + dt$.

Blijkbaar vormt de noodzaak, naast de sub $D_N 1)$—$6)$ bedoelde, tot de „gewone" logica behorende, deductiemiddelen, ook de aan de infinitesimaalrekening ontleende deductieregel $D_N 7$) in te voeren, een krachtig argument ten gunste van de vooral door PARMENIDES en PLATO voorgestane opvatting, volgens welke de „gewone" logica geen voldoende grondslag levert voor de deductieve behandeling van de bewegingsverschijnselen (zij wettigt natuurlijk niet de daaruit door hen getrokken conclusie, dat zulk een deductieve behandeling in het geheel niet mogelijk zou zijn). Men zal zich echter afvragen, of het niet mogelijk is, het sub $D_N 7$) bedoelde afwijkende deductiemiddel tot de sub $D_N 1)$—$6)$ bedoelde deductieregels of tot daarmee gelijksoortige te herleiden, c.q. het door een eenvoudiger regel te vervangen?

Pogingen in deze richting zijn, als bekend, herhaaldelijk gedaan. Men kan inderdaad, wegens de mogelijkheid van een afleiding van de infinitesimaalrekening uit de elementaire wiskunde, de sub $D_N 7$) bedoelde regel tot eenvoudiger wiskun-

dige deductiemiddelen terpgbrengen; het tweede deel van de zojuist gestelde vraag kan dus in bevestigende zin worden beantwoord.

Een bevestigend antwoord op het eerste deel van deze vraag zou een afleiding van de elementaire wiskunde uit de logica onderstellen. Vooral FREGE en RUSSELL hebben getracht, zulk een afleiding te geven, echter niet met volledig succes (men zie daarover mijn *Inleiding tot de wijsbegeerte der wiskunde*, 2de druk, Antwerpen 1942). Bij deze en andere onderzoekingen is echter wel aan het licht gekomen, dat er tussen logische en wiskundige deductiemiddelen geen enkel wezenlijk onderscheid bestaat; de opvallende tegenstelling tussen de sub $D_N1)$—$6)$ bedoelde logische en de sub $D_N7)$ bedoelde wiskundige deductiemiddelen moet worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat hier zeer eenvoudige logische tegenover zeer gecompliceerde wiskundige deductiemiddelen werden geplaatst.

Als slotsom van deze beschouwingen kan worden vastgesteld, dat men, om binnen het systeem P_N te kunnen deduceren, zowel over de „gewone" logica, als over de infinitesimaalrekening, moet beschikken. M.a.w., de logische syntaxis M_N van het systeem P_N, het (logisch-) „mathematisch" apparaat van de klassieke mechanica, omvat zowel de gewone logica als de infinitesimaalrekening. Of deze beide op het eerste gezicht disparate delen van M_N tot een gemeenschappelijke eenvoudige grondslag kunnen worden herleid, en van welke aard deze grondslag zou moeten zijn, behoeft hier niet te worden onderzocht. Evenmin de door A. HEYTING naar aanleiding van de onderzoekingen van L. E. J. BROUWER opgeworpen vraag, of men uit het systeem M_N dat deel zou kunnen weglaten, dat berust op het zgn. beginsel van het uitgesloten derde.

Wel worde even vermeld, dat ons resultaat waar blijft, als we P_N zo uitbreiden, dat dit systeem niet slechts de mechanica, maar de gehele klassieke theoretische natuurkunde, omvat.

Tot nu toe hebben we de klassieke mechanica slechts als deductieve theorie beschouwd. Haar natuurkundig belang be-

staat echter vooral in haar verband met de waargenomen bewegingsverschijnselen. Om dit verband te kunnen zien, moeten we overgaan van de beweringen van P_N naar die beweringen — ze vormen een systeem W —, die de waargenomen bewegingsverschijnselen beschrijven.

Als bekend, lukt deze overgang gemakkelijk, wanneer men in de configuratieruimte voor de coördinaten q_k rechthoekige coördinaten van een stoffelijk punt neemt en de waargenomen bewegingsverschijnselen beschouwt t.o.v. een zgn. *vaste omgeving* of *traagheidsstelsel;* men kan dan nl. de getallen q_k identificeren met de in zekere eenheid uitgedrukte lengte van bepaalde, op een of andere wijze opgemeten, lijnstukken (een eenvoudig voorbeeld levert de discussie van een proef met het toestel van ATWOOD).

De physische interpretatie van het systeem P_N der klassieke mechanica vooronderstelt dus het *aanwijzen* van een traagheidsstelsel; het *postuleren* van het bestaan van zulk een stelsel is daarvoor niet voldoende. Het aanwijzen van een traagheidsstelsel bleek echter op zeer grote moeilijkheden te stuiten, zó groot zelfs, dat men meent, het bestaan van zulk een stelsel in twijfel te moeten trekken. Daarmee verliest het systeem P_N evenwel zijn physische betekenis.

Men zag zich dus voor het probleem gesteld, het systeem P_N op zodanige wijze te herzien, dat zijn interpretatie niet langer afhankelijk is van een beroep op het bestaan van een traagheidsstelsel. Dit probleem is het eerst scherp geformuleerd en opgelost door A. EINSTEIN met de *algemene relativiteitstheorie* (zie hoofdstuk VII).

Uit deze beschouwingen blijkt wel, dat, al is het ook mogelijk — en zeer gewenst —, de logische syntaxis van een natuurwetenschappelijke theorie formeel onafhankelijk van haar physische interpretatie op te bouwen, men bij de constructie van de logische syntaxis toch voortdurend in het oog moet houden, dat tenslotte een physische interpretatie van de theorie mogelijk dient te zijn.

We hebben gezien, dat de jongste ontwikkeling van de natuurkunde werd gekenmerkt door het streven aan de theo-

rieën zulk een vorm te geven, dat de physische interpretatie ervan een beroep op een zo gering mogelijk aantal onderstellingen vereist. Zo zat bij de overgang van de newtoniaanse mechanica naar de mechanica van EINSTEIN het streven voor, de interpretatie van de algorithmus der mechanica onafhankelijk te maken van de onderstelling van het bestaan van een traagheidsstelsel.

Zowel het streven naar een scheiding van logische syntaxis en semantiek, als het streven naar een vermindering van de vooronderstellingen der interpretatie heeft geleid tot heftige reacties van wijsgerige zijde. De opbouw van de logische syntaxis der natuurwetenschappelijke theorieën onafhankelijk van haar semantiek doet, meent men, deze theorieën tot „zinloze tekensystemen" vervluchtigen. Het verminderen van de vooronderstellingen harer interpretatie beschouwt men als een uitvloeisel van het „Resignationsideal" (verg. blz. 55).

Men vergeet daarbij, dat het eerste streven door het tweede wordt gecontrabalanceerd, en dat alleen het rekening houden met beide gezichtspunten het opstellen van houdbare theorieën ter verklaring van de zeer gecompliceerde physische verschijnselen mogelijk heeft gemaakt.

Voordat ik nu kan overgaan tot het opstellen van de logische syntaxis van de quantumtheorie, moet ik den lezer een en ander meedelen over het voor deze theorie kenmerkende wiskundige hulpmiddel, t.w. de *theorie van de ruimte van* HILBERT. Den lezer is van de schoolbanken het begrip *vector* bekend, voorzover dit betrekking heeft op de drie-dimensionale ruimte. Ik wil echter de hoofdzaken van de theorie der vectoren in zijn herinnering terugroepen.

Een *gerichte grootheid* of *(vrije) vector* **a** kan worden voorgesteld door een gericht lijnstuk en wordt ondubbelzinnig bepaald door zijn projecties a_x a_y, a_z op zekere willekeurig aangenomen coördinatassen (we denken het assenstelsel rechthoekig); voor de lengte $|\mathbf{a}|$ van de vector geldt

$$|\mathbf{a}|^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2.$$

Voor vectoren zijn twee rekenkundige bewerkingen gedefinieerd:

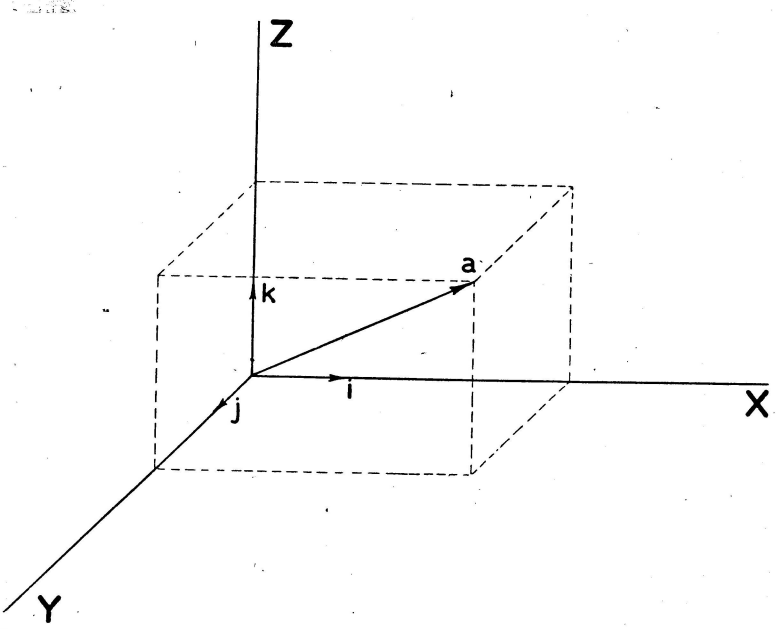


Fig. 6

1) Door vermenigvuldiging met een reëel getal λ gaat de vector **a** met componenten a_x, a_y, a_z over in de vector λ **a** met componenten λa_x, λa_y, λa_z.

2) Door optelling ontstaat uit de vectoren **a** (met componenten a_x, a_y, a_z) en **b** (met componenten b_x, b_y, b_z) de vector **a** + **b** met componenten $a_x + b_x$, $a_y + b_y$, $a_z + b_z$.

Men zegt, dat twee vectoren **a** en **b** met componenten a_x, a_y, a_z en b_x, b_y, b_z *dezelfde richting hebben,* als

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z};$$

men zegt, dat ze *loodrecht op elkaar staan,* als

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0.$$

Neemt men langs *OX, OY, OZ* „eenheidsvectoren" **i, j, k** aan, dan kan men de meergenoemde sector voorstellen als $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$.

Aan deze algemeen bekende begrippen voegen we nu het nieuwe begrip (*lineaire*) *operator* toe. En operator **P** is een bewerking, die aan elke vector **a** een vector **Pa** doet beantwoorden, zodanig dat

1) $\mathbf{P}\lambda\mathbf{a} = \lambda\mathbf{P}\mathbf{a}$
2) $\mathbf{P}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{P}\mathbf{a} + \mathbf{P}\mathbf{b}$

Van zulk een operator een enkel voorbeeld. We beschouwen de operator **P**, die aan de vector **a** met componenten a_x, a_y, a_z de sector **Pa** met componenten $2a_x$, $3a_y$, $4a_z$ doet beantwoorden. Aan de vector $\lambda\,\mathbf{a}$, die de componenten λa_x, λa_y, λa_z bezit, beantwoord dan een vector **Pλa** met componenten $2\lambda a_x$, $3\lambda a_y$, $4\lambda a_z$, die gelijk is aan de vector λ **Pa**, zodat aan de sub 1) gestelde eis voldaan is. Men stelt gemakkelijk vast, dat ook de sub 2) gestelde eis bevredigd wordt.

Men kan voor de operatoren als volgt een optelling en een vermenigvuldiging definiëren:

1) **P** + **Q** is de operator, die de vector **a** doet overgaan in **Pa** + **Qa**.
2) **P** — **Q** is de operator, die de vector **a** doet overgaan in **Pa** — **Qa**.
3) **PQ** is de operator, die de vector **a** doet overgaan in **P**(**Qa**).

Verder stelt men

4) **o** is de operator, die de vector **a** in de o-vector (de vector, waarvan alle componenten = o zijn) doet overgaan.
5) **1** is de operator, die de vector **a** in de vector **a** doet overgaan.

Met operatoren wordt over het geheel gerekend als met reële getallen; deling van operatoren is *niet* mogelijk; de commutatieve wet der vermenigvuldiging

$$\mathbf{P}\mathbf{Q} - \mathbf{Q}\mathbf{P} = \mathbf{o}$$

geldt *niet* algemeen.

Zoals men een vector **a** kan kenmerken door de drie getallen a_x, b_x, c_x, zo kan men een operator **P** kenmerken door negen getallen.

We nemen aan, dat de eenheidsvectoren **i**, **j**, **k** door de operator **P** in de vectoren $\mathbf{i}^1$ met componenten $i^1{}_x$, $i^1{}_y$, $i^1{}_z$, $\mathbf{j}^1$ met componenten $j^1{}_x$, $j^1{}_y$, $j^1{}_z$, $\mathbf{k}^1$ met componenten $k^1{}_x$, $k^1{}_y$, $k^1{}_z$, overgaan. We kunnen dan aanstonds zeggen, waarin een willekeurige vector **a** overgaat:

$$\mathbf{Pa} = \mathbf{P}(a_x\,\mathbf{i} + a_y\,\mathbf{j} + a_z\,\mathbf{k}) = a_x\,\mathbf{Pi} + a_y\,\mathbf{Pj} + a_z\,\mathbf{Pk} = a_x\,\mathbf{i}^1 + a_y\,\mathbf{j}^1 + a_z\,\mathbf{k}^1 = a_x(i_x{}^1\,\mathbf{i} + i_y{}^1\,\mathbf{j} + i_z{}^1\,\mathbf{k}) + a_y(j_x{}^1\,\mathbf{i} + j_y{}^1\,\mathbf{j} + j_z{}^1\,\mathbf{k}) + a_z(k_x{}^1\,\mathbf{i} + k_y{}^1\,\mathbf{j} + k_z{}^1\,\mathbf{k}) = (i_x{}^1\,a_x + j_x{}^1\,a_y + k_x{}^1\,a_z)\,\mathbf{i} + (i_y{}^1\,a_x + j_y{}^1\,a_y + k_y{}^1\,a_z)\,\mathbf{j} + (i_z{}^1\,a_x + j_z{}^1\,a_y + k_z{}^1\,a_z)\,\mathbf{k}.$$

Noemen we de componenten van **Pa** opv. $a_x{}^1$, $a_y{}^1$, $a_z{}^1$, dan vinden we dus:

$$\begin{aligned} a_x{}^1 &= i_x{}^1\,a_x + j_x{}^1\,a_y + k_x{}^1\,a_z \\ a_y{}^1 &= i_y{}^1\,a_x + j_y{}^1\,a_y + k_y{}^1\,a_z \\ a_z{}^1 &= i_z{}^1\,a_x + j_z{}^1\,a_y + k_z{}^1\,a_z \end{aligned}$$

Men schrijft i.p.v. $i_x{}^1$, $j_x{}^1$, ... doorgaans p_{xx}, p_{xy}, ... Door de negen getallen p_{xx}, p_{xy}, ... die men doorgaans tot een „matrix"

$$\left\| \begin{matrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{matrix} \right\|$$

groepeert, is de operator **P** klaarblijkelijk ondubbelzinnig bepaald. Het blijkt de moeite te lonen, als men zich afvraagt, of er vectoren **a** zijn, waarvan de richting overeenstemt met die van de bijbehorende vector **Pa**. Voor zo'n vector zou gelden

$$\mathbf{Pa} - \lambda\mathbf{a} = 0,$$

of

$$\begin{aligned} (p_{xx} - \lambda)\,a_x + p_{xy}\,a_y + p_{xz}\,a_z &= 0 \\ p_{yx}\,a_x + (p_{yy} - \lambda)\,a_y + p_{yz}\,a_z &= 0 \\ p_{zx}\,a_x + p_{zy}\,a_y + (p_{zz} - \lambda)\,a_z &= 0 \end{aligned}$$

Elimineert men uit deze vergelijkingen (na deling door a_z) de verhoudingen $\frac{a_x}{a_z}$ en $\frac{a_y}{a_z}$, dan vindt men een derde-graadsvergelijking voor λ. Deze heeft, als bekend, stéédS minstens één reële wortel; is de matrix *symmetrisch,* d.w.z., is $p_{yx} = p_{xy}$, $p_{zy} = p_{yz}$, $p_{xz} = p_{zx}$, dan zijn er steeds drie reële wortels λ_1, λ_2, λ_3; deze getallen λ_1, λ_2, λ_3 noemt men de *eigenwaarden* van de operator **P**. Aan de eigenwaarden λ_1, λ_2, λ_3 beantwoorden vectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ zódanig, dat

$$\mathbf{P}\mathbf{a}_1 - \lambda_1 \mathbf{a}_1 = 0; \qquad \mathbf{P}\mathbf{a}_2 - \lambda_2 \mathbf{a}_2 = 0; \qquad \mathbf{P}\mathbf{a}_3 - \lambda \mathbf{a}_3 = 0.$$

We nemen nu aan, dat de drie wortels λ ongelijk zijn. Dan zijn de *eigenvectoren* $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ in richting ondubbelzinnig bepaald. Men bewijst, dat ze twee aan twee loodrecht op elkaar staan. Hun lengte kiest men zó, dat $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = |\mathbf{a}_3| = 1$ wordt.

Vallen twee eigenwaarden samen (bv. $\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$), dan zijn er twee eigenvectoren $\mathbf{a}_1'$ en $\mathbf{a}_2'$ van onderling verschillende richting, die aan de eigenwaarde $\lambda_1 = \lambda_2$ beantwoorden. Men stelt dan $\mathbf{a}_1 = u_1 \mathbf{a}_1' + u_2 \mathbf{a}_2'$, $\mathbf{a}_2 = v_1 \mathbf{a}_1' + v_2 \mathbf{a}_2'$; dan zijn óok $\mathbf{a}_1$ en $\mathbf{a}_2$ eigenvectoren, behorend bij de eigenwaarde $\lambda_1 = \lambda_2$; men kan u_1, u_2, v_1, v_2 zó kiezen, dat $\mathbf{a}_1$ loodrecht staat op $\mathbf{a}_2$ en dat $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = 1$. De bij de eigenwaarde λ_3 behorende eigenvector $\mathbf{a}_3$ staat vanzelf loodrecht op $\mathbf{a}_1$ en $\mathbf{a}_2$. Zijn lengte kiest men zo, dat $|\mathbf{a}_3| = 1$ wordt.

Geldt voor twee operatoren **P** en **Q**, dat

$$\mathbf{PQ} = \mathbf{QP},$$

dan hebben die operatoren drie gemeenschappelijke eigenvectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, die twee aan twee loodrecht op elkaar staan. Het omgekeerde van deze stelling geldt ook.

Men zou geneigd zijn, hieruit te concluderen: geldt voor drie operatoren **P**, **Q** en **R**, dat $\mathbf{PQ} = \mathbf{QP}$ en dat $\mathbf{PR} = \mathbf{RP}$, dan geldt ook: $\mathbf{QR} = \mathbf{RQ}$. Immers, zou men zeggen: omdat $\mathbf{PQ} = \mathbf{QP}$, hebben de operatoren **P** en **Q** drie gemeenschappelijke eigenvectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, die twee aan twee loodrecht op elkaar staan; omdat $\mathbf{PR} = \mathbf{RP}$ hebben de operatoren **P** en **R** drie gemeenschappelijke eigenvectoren $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$, die twee aan twee loodrecht op elkaar staan. Nu heeft dus **P**

enerzijds de eigenvectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, anderzijds de eigenvectoren $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$; dit kan blijkbaar alléén, als de drie vectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ (afgezien eventueel van hun volgorde) dezelfde zijn als de drie vectoren $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$; dus zijn de drie vectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ gemeenschappelijke eigenvectoren van $\mathbf{Q}$ en $\mathbf{R}$, die twee aan twee loodrecht op elkaar staan, zodat $\mathbf{QR} = \mathbf{RQ}$.

Dat deze redenering geen steek houdt, is als volgt in te zien. Onderstellen we, dat van de drie eigenwaarden van $\mathbf{P}$ er twee samenvallen, d.w.z. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \neq \lambda_3$; zijn de overeenkomstige eigenvectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, dan geldt weer

$$\mathbf{P}\mathbf{a}_1 = \lambda_1 \mathbf{a}_1 = \lambda \mathbf{a}_1, \qquad \mathbf{P}\mathbf{a}_2 = \lambda_2 \mathbf{a}_2 = \lambda \mathbf{a}_2.$$

Zij nu:

$$\mathbf{b}_1 = \mathbf{a}_1 \cos\varphi + \mathbf{a}_2 \sin\varphi \qquad \mathbf{b}_2 = -\mathbf{a}_1 \sin\varphi + \mathbf{a}_2 \cos\varphi,$$

dan is

$$\mathbf{P}\mathbf{b}_1 = \mathbf{P}(\mathbf{a}_1 \cos\varphi + \mathbf{a}_2 \sin\varphi) = \mathbf{P}\mathbf{a}_1 \cos\varphi + \mathbf{P}\mathbf{a}_2 \sin\varphi = \lambda\mathbf{a}_1 \cos\varphi + \lambda\,\mathbf{a}_2 \sin\varphi = \lambda\,\mathbf{b}_1.$$

en evenzo

$$\mathbf{P}\mathbf{b}_2 = \lambda\mathbf{b}_2.$$

Dus zijn de vectoren $\mathbf{b}_1$ en $\mathbf{b}_2$ óók eigenvectoren van $\mathbf{P}$; ze staan verder loodrecht op elkaar en op $\mathbf{a}_3$.

Het is nu zeer wel mogelijk, dat de operator $\mathbf{Q}$ tot eigenvectoren heeft de vectoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ met bijbehorende eigenwaarden μ_1, μ_2, μ_3 ($\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_1$), terwijl $\mathbf{R}$ tot eigenvectoren heeft de vectoren $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3 = \mathbf{a}_3$ met bijbehorende eigenwaarden ν_1, ν_2, ν_3 ($\nu_1 \neq \nu_2 \neq \nu_3 \neq \nu_1$). Dan geldt $\mathbf{PQ} = \mathbf{QP}$ en $\mathbf{PR} = \mathbf{RP}$, maar niet $\mathbf{QR} = \mathbf{RQ}$.

Men noemt een operator, waarvan niet alle eigenwaarden verschillend zijn, *ontaard*. Dan kan men blijkbaar zeggen: *geldt voor drie operatoren* $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$ *en* $\mathbf{R}$, *dat* $\mathbf{PQ} = \mathbf{QP}$ *en* $\mathbf{PR} = \mathbf{RP}$, *dan is* $\mathbf{P}$ *ontaard of* $\mathbf{QR} = \mathbf{RQ}$.

We gaan nu de in het bovenstaande ingevoerde begrippen uitbreiden. We zullen vectoren beschouwen in een ruimte, niet van drie, maar van oneindig veel dimensies (de zgn. *ruimte van* HILBERT); een vector $\mathbf{a}$ heeft dus voortaan een oneindig aantal componenten $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_k, \ldots$.

Bovendien nemen we aan, dat deze componenten complexe getallen kunnen zijn, dus $a_k = \alpha_k + i\beta_k$; de toegevoegd complexe waarde van a_k duiden we aan als $a^*{}_k$, dus $a^*{}_k = a_k - i\beta_k$.

Een vector met componenten $a_1, a_2, a_3 \ldots$ duiden we aan als $[a_1, a_2, a_3 \ldots]$. Men zegt, dat twee vectoren $[a_1, a_2, a_3, \ldots]$ en $[b_1, b_2, b_3, \ldots]$ *gelijk* zijn, als $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_3 = b_3, \ldots$; men zegt, dat ze *dezelfde richting* hebben, als

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \ldots$$

Onder lengte van de vector **a** verstaat men het positieve getal $|\mathbf{a}|$, zodanig, dat

$$|\mathbf{a}|^2 = a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + a_3 a_3^* + \ldots + a_k a_k^* + \ldots$$

Men zegt dat twee vectoren **a** en **b** *loodrecht op elkaar staan,* als

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a_1 b_1^* + a_2 b_2^* + a_3 b_3^* + \ldots + a_k b_k^* + \ldots = 0.$$

Voor vectoren definieert men op voor de hand liggende wijze wijze de vermenigvuldiging met een complex getal en de optelling.

Verder wordt op dezelfde wijze als hierboven het begrip (lineaire) *operator,* alsmede de optelling, de aftrekking en de vermenigvuldiging van operatoren, ingevoerd. Ook nu kunnen we vragen naar de eigenwaarden en eigen vectoren van een operator **P**, d.w.z. naar de (complexe) getallen λ en de vectoren **x**, zodanig, dat:

$$\mathbf{Px} - \lambda\mathbf{x} = 0.$$

Men kan daaromtrent het volgende zeggen: een operator heeft oneindig veel eigenvectoren $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^{11}, \mathbf{x}^{111}, \ldots$, die twee aan twee loodrecht op elkaar staan; de bijbehorende eigenwaarden duiden we aan als $\lambda^1, \lambda^{11}, \lambda^{111}, \ldots$

Een operator **P** wordt ondubbelzinnig bepaald door een matrix

$$\begin{Vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \cdots \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \cdots \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{Vmatrix}$$

die nu oneindig veel elementen omvat. Deze operator voegt aan de vector $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3, \ldots]$ de vector $\mathbf{Pa} = [p_{11}a_1 + p_{12}a_2 + \ldots, p_{21}a_1 + p_{22}a_2 + \ldots, p_{31}a_1 + p_{32}a_2 + \ldots\ldots]$ toe.

Is de operator *hermitiaans*, d.w.z., is $p_{kl} = \overset{*}{p}_{lk}$, dan zijn al zijn eigenwaarden *reëel*.

Een operator in de ruimte van HILBERT kan oneindig veel eigenwaarden bezitten; zo heeft de operator met matrix

$$\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 2 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 3\ldots\ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{Vmatrix}$$

klaarblijkelijk de eigenwaarden $\lambda^1 = 1$, $\lambda^{11} = 2$, $\lambda^{111} = 3, \ldots$. De bijbehorende eigenvectoren zijn $\mathbf{x}^1 = [1, 0, 0, 0, \ldots]$, $\mathbf{x}^{11} = [0, 1, 0, 0, \ldots]$, $\mathbf{x}^{111} = [0, 0, 1, 0, \ldots]$, enz.

Het kan ook voorkomen, dat de eigenwaarden van een operator een bepaald gedeelte van de λ-as continu vullen.

De mogelijkheid bestaat weer, dat een operator *ontaard* is, d.w.z., dat aan twee of meer paarsgewijs loodrecht op elkaar staande eigenvectoren van de operator dezelfde eigenwaarde beantwoordt; ook deze eigenwaarde noemt men ontaard. Beschouwen we bv. de operator met matrix

$$\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\ldots\ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{Vmatrix}$$

dan blijkt, dat de eigenwaarde $\lambda^1 = 1$ beantwoordt aan oneindig veel eigenvectoren en wel aan $\mathbf{x}^1 = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,]$, $\mathbf{x}^{11} = [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots]$, $\mathbf{x}^{1111} = [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0,]$, $\mathbf{x}^{v111} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, \ldots]$; ...; ook de eigenwaarde $\lambda^{111} = 2$ beantwoordt aan oneindig veel eigenvectoren, en wel aan

$\mathbf{x}^{111} = [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, \ldots]$, $\mathbf{x}^{V} = [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, \ldots]$, ...; enz.

Ook nu geldt, dat uit $\mathbf{PQ} = \mathbf{QP}$ en $\mathbf{PR} = \mathbf{RP}$ volgt: $\mathbf{P}$ is ontaard, of $\mathbf{QR} = \mathbf{RQ}$.

Bij de toepassing van de theorie van de ruimte van HILBERT op de quantummechanica komen vooral twee soorten van problemen aan de orde:

1) gevraagd een aantal operatoren (met bijbehorende matrices) te construeren, die aan bepaalde voorwaarden voldoen; bv.: gevraagd twee operatoren $\mathbf{P}$ en $\mathbf{Q}$, zódanig, dat

$$\mathbf{PQ} - \mathbf{QP} = \frac{h}{2\pi i}\,\mathbf{1},$$

als $\mathbf{1}$ de operator is, bepaald door de matrix:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\ldots\ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\ldots\ldots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{Vmatrix}$$

2) gevraagd de eigenwaarden en eigenvectoren van een gegeven operator. Bv.: zijn $\mathbf{P}$ en $\mathbf{Q}$ de sub 1) bedoelde operatoren, bepaal dan de eigenwaarden en eigenvectoren van de operator

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m}\,\mathbf{P}^2 + \frac{1}{2n}\,\mathbf{Q}^2$$

De wiskundige methoden, die men bij de behandeling van deze en andere problemen toepast, kunnen hier niet worden besproken.

In de quantumtheorie treedt de ruimte van HILBERT op als configuratieruimte van de verschillende physische systemen. Om de gedachten te bepalen, zullen we een stoffelijk punt beschouwen, dat zich in een centraal krachtveld beweegt (voorbeeld: een electron in het veld van een kern). We kiezen het centrum van het krachtveld als oorsprong en duiden de rechthoekige coördinaten van het stoffelijk punt aan als x, y,

z, de componenten van zijn snelheidsvector als $v_x\ v_y\ v_z$. We stellen:

$$p_x = mv_x,\ p_y = mv_y,\ p_z = mv_z.$$

De grootheden $x,\ y,\ z,\ q_x\ p_y\ p_z$ bepalen de toestand van het stoffelijk punt op zeker ogenblik ondubbelzinnig. Het moet dus mogelijk zijn, elke voor die toestand kenmerkende physisch relevante grootheid (ik zal voor dit begrip voortaan de door DIRAC ingevoerde term „observabele" gebruiken), in deze zes grootheden uit te drukken. Zo kan men de mechanische energie van het stoffelijk punt voorstellen als:

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V,$$

waarin V de potentiële energie voorstelt als functie van $x,\ y,\ z$. Men noemt de uitdrukking H de *functie van* HAMILTON voor het stoffelijk punt.

Nu wordt aan elke observabele een hermitiaanse lineaire operator in de ruimte van HILBERT toegevoegd en wel op de volgende wijze.

Aan de grootheden $x,\ y,\ z,\ p_x,\ p_y,\ p_z$ voegt men zodanige operatoren $\mathbf{X},\ \mathbf{Y},\ \mathbf{Z},\ \mathbf{P}_x,\ \mathbf{P}_y,\ \mathbf{P}_z$ toe, dat voldaan is aan

$$\mathbf{P}_x\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{P}_x = \frac{h}{2\pi i}\mathbf{1};\ \mathbf{P}_y\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{P}_y = \frac{h}{2\pi i}\mathbf{1};\ \mathbf{P}_z\mathbf{Z} - \mathbf{Z}\mathbf{P}_z = \frac{h}{2\pi i}\mathbf{1};$$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{P}_y\mathbf{Z} - \mathbf{Z}\mathbf{P}_y = \mathbf{o} & \mathbf{P}_z\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{P}_z = \mathbf{o} & \mathbf{P}_x\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{P}_x = \mathbf{o} \\ \mathbf{Y}\mathbf{Z} - \mathbf{Z}\mathbf{Y} = \mathbf{o} & \mathbf{Z}\mathbf{X} - \mathbf{X}\mathbf{Z} = \mathbf{o} & \mathbf{X}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{X} = \mathbf{o} \\ \mathbf{P}_y\mathbf{P}_z - \mathbf{P}_z\mathbf{P}_y = \mathbf{o} & \mathbf{P}_z\mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x\mathbf{P}_z = \mathbf{o} & \mathbf{P}_x\mathbf{P}_y - \mathbf{P}_y\mathbf{P}_x = \mathbf{o} \end{array}$$

(verwisselingsrelaties van HEISENBERG)

Verder voegt men aan de som, het verschil, het product van twee observabelen de som, het verschil, het product van de aan die observabelen toegevoegde operatoren toe. Deze regel is natuurlijk niet geheel ondubbelzinnig, omdat we nog niet weten, of aan xp_x de operator $\mathbf{X}\mathbf{P}_x$, dan wel de operator $\mathbf{P}_x\mathbf{X}$ moet worden toegevoegd. Immers, $xp_x = p_x x$, maar $\mathbf{X}\mathbf{P}_x \neq \mathbf{P}_x\mathbf{X}$

Deze kleine complicatie vormt echter geen beletsel, als we aan de energie H een operator $\mathbf{H}$ willen toevoegen.

In deze toevoeging van operatoren aan de observabelen en in het opstellen van verwisselingsrelaties tussen de operatoren bestaat de *quantisering* in de zin van de exacte quantummechanica, waarop in hoofdstuk IV reeds werd gezinspeeld. We bespreken haar slechts voor het geval van de corpusculaire theorie van de stof; voor de undulatoire theorie van de stof en voor de beide theorieën van de straling verloopt ze op in beginsel volkomen gelijksoortige wijze.

Men stelt zich nu verder voor, dat de vectoren $\mathbf{x}$ in de ruimte van HILBERT de mogelijke *toestanden* van ons stoffelijk punt vertegenwoordigen; twee vectoren van gelijke richting worden daarbij geacht aan dezelfde toestand van het stoffelijk punt te beantwoorden.

Men neemt aan, dat de vector $\mathbf{x}$ met de tijd verandert volgens de *vergelijking van* SCHRÖDINGER:

$$d\mathbf{x} = \frac{2\pi i}{h}\ \mathbf{H}\mathbf{x}.dt.$$

Het is nu zeer wel denkbaar, dat, hoewel de vector $\mathbf{x}$ verandert, de toestand van het stoffelijk punt dezelfde blijft; dat is het geval, als de vector $\mathbf{x}$ gedurende zijn verandering dezelfde richting houdt, d.w.z., als de toename $d\mathbf{x}$ van $\mathbf{x}$ met $\mathbf{x}$ in richting overeenstemt, dus

$$d\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}.$$

Stellen we $\lambda = 2\pi i\nu dt$, dan wordt

$$d\mathbf{x} = \frac{2\pi i}{h}\ \mathbf{H}\mathbf{x}.dt = 2\pi i\nu\mathbf{x}.dt,$$

dus

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = h\nu\mathbf{x}$$

Aan zulk een betrekking is dan en dan alleen voldaan, als $\mathbf{x}$ een eigenvector is van de operator $\mathbf{H}$.

De eigenvectoren van de operator **H** *vertegenwoordigen dus blijkbaar de stationnaire toestanden van ons stoffelijk punt in de zin van* BOHR'S *postulaat A. Men neemt daarenboven aan, dat de eigenwaarden hν van de operator* **H** *de mogelijke waarden van de energie zijn.*

Alleen, als de toestand van het stoffelijk punt beantwoordt aan een eigenvector van de operator **H**, kan aan de energie van het stoffelijk punt een bepaalde waarde worden toegeschreven.

Hetzelfde beginsel past men nu toe op elke operator. De mogelijke waarden van de observabele p zijn de eigenwaarden p^1 van de operator **P**, die aan die observabele beantwoordt; wij duiden daarom de eigenwaarden van de operator **P** ook als eigenwaarden van de observabele p aan. Men kan aan de observabele p alleen dan een bepaalde waarde p^1 toekennen, als de toestand van het stoffelijk punt beantwoordt aan de eigenvector, die bij de eigenwaarde p^1 behoort. Zij nu **x** tegelijk een eigenvector van **H** en van **P**; dan blijft, zoals we gezien hebben, het stoffelijk punt steeds in de toestand, die aan de vector **x** beantwoordt; is nu p^1 de bijbehorende eigenwaarde van **P**, dan behoudt derhalve de observabele p voortdurend de waarde p^1.

Vóór ik overga tot het opstellen van de logische syntaxis van de quantumtheorie, moet ik eerst nog een voor de hand liggende tegenwerping beantwoorden.

Volgens BOHR'S postulaten kon een atomair systeem (i.c. het stoffelijk punt) sprongsgewijs van één stationnaire toestand in de andere overgaan, waarbij het verschil in energie door absorptie c.q. emissie van straling werd gecompenseerd. Volgens het bovenstaande echter moet een systeem, dat éénmaal in een stationnaire toestand verkeert, te eeuwigen dage in die toestand volharden, zodat van emissie of absorptie van straling geen sprake kan zijn.

Op deze tegenwerping is het volgende te antwoorden. In het bovenstaande hebben we het stoffelijk punt — afgezien van het door de kern opgewekte krachtveld — geheel geïsoleerd gedacht. In werkelijkheid echter bevindt het zich in

aanraking — laat ons zeggen — met de *aether* (de terminus technicus luidt: met het „stralingsveld"). Men moet dus ook rekening houden met de krachten, die de aether en het stoffelijk punt op elkaar uitoefenen en met de inwendige krachten in de aether. Aan deze krachten beantwoorden potentiële energieën. Bovendien moet men de kinetische energie van de aether in rekening brengen.

Voor de totale energie van het door stoffelijk punt en aether gevormde systeem krijgt men dan een uitdrukking van de vorm

$$H_t = H_p + H_{ae} + W,$$

waarin H_p de ons reeds bekende functie van HAMILTON voor het stoffelijk punt afzonderlijk, H_{ae} de functie van HAMILTON voor de aether en W de potentiële energie, beantwoordend aan de krachten tussen stoffelijk punt en aether, voorstellen. Men moet nu van de operator $\mathbf{H}_t$, die beantwoordt aan de totale energie H_t, de eigenwaarden en eigenvectoren bepalen. Deze beantwoorden weer aan de stationnaire toestanden van het door stoffelijk punt en aether gevormde systeem.

Nu blijken echter de eigenvectoren van $\mathbf{H}_t$ geen eigenvectoren van $\mathbf{H}$ te zijn. Derhalve blijkt wel H_t, maar niet H_p afzonderlijk, en dus ook niet H_{ae} afzonderlijk, in de loop van de tijd constant te blijven. Dat betekent dus, dat energie van het stoffelijk punt op de aether wordt overgedragen, en omgekeerd. De mogelijke waarden van de eigen energie van het stoffelijk punt blijven intussen dezelfde als bij onze eerste beschouwing, t.w. de eigenwaarden van de operator $\mathbf{H}_p$.

Het schema, volgens hetwelk de wisselwerking tussen een stoffelijk deeltje en de aether wordt behandeld, is van algemene strekking.

Een van de uit principiëel oogpunt belangrijkste toepassingen ervan is wel de na HEISENBERG vooral door VON NEUMANN [1] uitvoerig behandelde theorie van de atoomphysische meting. Elke meting onderstelt een wisselwerking tussen het *object* van de meting en haar *werktuig;* het meetproces brengt immers in het meetwerktuig bepaalde veranderingen teweeg, welker constatering de subjectieve inhoud van de meting is.

Een nauwkeurige analyse van het meetproces geeft weer een nieuwe kijk op de grondbeginselen van de quantummechanica. Het blijkt niet mogelijk te zijn, het meetproces zo in te richten, dat het resultaat ervan de vorm aanneemt van twee of meer in de aanstonds te noemen zin onderling complementaire beweringen.

We kunnen nu overgaan tot het opstellen van de logische syntaxis van de quantumtheorie.

Als *bouwstenen* kiezen we tekens van de vorm

$$p(p^1, t)$$

waarin p een observabele, p^1 een eigenwaarde van de aan p beantwoordende operator, en t een reëel getal is; zulk een teken kan geacht worden, tennaastenbij te betekenen: de observabele p heeft op het tijdstip t de waarde p^1; op deze interpretatie zullen we evenwel geen beroep doen.

Wanneer er een vector $\mathbf{x}$ bestaat, die eigenvector is voor de observabelen $p, q, \ldots s$, terwijl de overeenkomstige eigenwaarden van de operatoren $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \ldots \mathbf{S}$ resp. $p^1, q^1, \ldots s^1$ zijn, dan zijn de bouwstenen

$$„p(p^1, t)", \; „q(q^1, t)," \ldots, \; „r(r^1, t)"$$

niet-complementair.

Wanneer er een vector $\mathbf{x}$ bestaat, die eigenvector is voor de observabelen $H, p, q, \ldots s$, terwijl de overeenkomstige eigenwaarden van de operatoren $\mathbf{H}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}, \ldots \mathbf{S}$ resp. $E^1, p^1, q^1, \ldots s^1$ zijn, dan zijn de bouwstenen

$$„H(E^1, t_1)", \; „p(p^1, t_2)", \; „q(q^1, t_3)", \ldots \; „s(s^1, t_4)"$$

niet-complementair.

Wanneer er een vector $\mathbf{x}\ (t)$ bestaat, die volgens de vergelijking van SCHRÖDINGER met de tijd verandert, terwijl $\mathbf{x}\ (t_1)$ een eigenvector voor de operator $\mathbf{P}$, $\mathbf{x}\ (t_2)$ een eigenvector voor de operator $\mathbf{Q}$, en p^1 en q^{11} de overeenkomstige eigenwaarde van $\mathbf{P}$ en $\mathbf{Q}$ zijn, dan zijn de bouwstenen

$$„p(p^1, t^1)", \quad „q(q^{11}, t_2)"$$

niet-complementair. Analoog voor méér dan twee tijdstippen $t_1, t_2, t_3, \ldots$ en méér operatoren $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \ldots, \mathbf{S}$.

In alle andere gevallen heten de bouwstenen *complementair*.

We kunnen nu de vormregels aldus formuleren:

V_Q 1)—4) *gelijkluidend met* V 1)—4), *met deze restrictie, dat elke uitdrukking slechts uit niet-complementaire bouwstenen mag bestaan.* Uitdrukkingen, volgens deze regels uit niet-complementaire bouwstenen opgebouwd, zijn met deze bouwstenen en met elkaar niet-complementair.

De deductieregels luiden:

D_Q1)—6) *gelijkluidend met* D1)—6), *met inachtneming van de restrictie, dat slechts uit wederkerig niet-complementaire praemissen een conclusie mogelijk is;* deze conclusie is steeds niet-complementair t.a.v. haar praemissen en t.a.v. elke uitdrukking, die t.a.v. deze praemissen niet-complementair is.

D_Q7) Heeft de observabele p een (niet-ontaarde) eigenwaarde p^1, terwijl de daaraan beantwoordende eigenvector $\mathbf{x}^1$ tevens eigenvector is voor de observabele q met bijbehorende eigenwaarde q^1, dan is de uitdrukking „$q(q^1, t)$" een *onmiddellijke conclusie* uit „$p(p^1, t)$".

(Deze deductieregel is voor generalisatie vatbaar.)

D_Q8) Heeft de energie H een eigenwaarde E^1, dan is de uitdrukking „$H(E^1, t_1)$" een *onmiddellijke conclusie* uit „$H(E^1, t)$".

D_Q9) Hebben de observabelen $p, q, \ldots s$ eigenwaarden p^1, $q^1, \ldots s^1$ en is er één en slechts één eigenvector $\mathbf{x}$, die tegelijk aan de eigenwaarden $p^1, q^1, \ldots s^1$ beantwoordt, terwijl deze eigenvector tevens eigenvector van de operator $\mathbf{H}$, dan zijn de uitdrukkingen

$$„p(p^1, t_1)", „q(q^1, t_2)", \ldots, „s(s^1, t_3)"$$

onmiddellijke conclusies uit de praemissen

$$„p(p^1, t)", „q(q^1, t)", \ldots, „s(s^1, t)".$$

(Deze conclusieregel is voor generalisatie vatbaar.)

We kunnen nu het begrip *afleidbaar* als volgt definiëren. De uitdrukking F heet dan en dan alleen *afleidbaar* uit de

niet-complementaire uitdrukkingen *A, B, C, ...*, als *F* behoort tot elke verzameling *V* van uitdrukkingen, zodanig dat:

a) *V* de uitdrukkingen *A, B, C, ...* bevat;

b) *V* met een aantal uitdrukkingen ook elke onmiddellijke conclusie uit die uitdrukkingen bevat.

Men bewijst: is *F* afleidbaar uit *A, B, C, ...*, dan zijn *F, A, B, C, ...* niet-complementair.

Ik vermeld nog de algemene formulering van de deductieregels $D_Q7)$ en $D_Q9)$:

$D_Q7^*)$ Is er één en slechts één vector $\mathbf{x}^1$, die tegelijk eigenvector is voor de operator **P** van de eigenwaarde p^1, voor de operator **Q** voor de eigenwaarde q^1,..., voor de operator **S** met de eigenwaarde s^1, en is deze vector tevens eigenvector voor de operator **U** met eigenwaarde de u^1, dan is de uitdrukking

„$u(u^1, t)$"

een *onmiddellijke conclusie* uit de praemissen

„$p(p^1, t)$", „$q(q^1, t)$", ... „$s(s^1, t)$".

$D_Q9^*)$ Is er één en slechts één vector $\mathbf{x}(t)$, die volgens de vergelijking van SCHRÖDINGER met de tijd verandert, terwijl bovendien $\mathbf{x}(t_1)$ eigenvector is van de operator **P** voor de eigenwaarde p^1, $\mathbf{x}(t_2)$ eigenvector voor de operator **Q** voor de eigenwaarde q^1, ..., $\mathbf{x}(t_6)$ eigenvector voor de operator **S** voor de eigenwaarde s^1, en is $\mathbf{x}(t_7)$ eigenvector voor de operator **U** voor de eigenwaarde u^1, dan is de uitdrukking

„$u(u^1, t_7)$"

een *onmiddellijke conclusie* uit de praemissen

„$p(p^1, t_1)$" „$q(q^1, t_2)$", ..., „$u(u^1, t^6)$"

In de eigenaardigheden van de vormregels en deductieregels komt de voor de quantumtheorie kenmerkende verzwakking van het mechanicistisch causaliteitsbeginsel duidelijk tot uiting.

Bij de behandeling van de beweging van het stoffelijk punt op grond van de klassieke mechanica (we stellen ons weer voor, dat het punt zich uitsluitend langs een rechte lijn kan bewegen) stelde men een praemisse van de vorm $[x_o, p]_{to}$ (het punt heeft op het tijdstip t_0 de x-coördinaat x_0 en de impuls p) voorop, en kon dan door toepassing van de deductie-

regel D_N7) conclusies van de vorm $[x, p]_t$ deduceren, waardoor de positie en de snelheid van het stoffelijk punt op elk tijdstip t ondubbelzinnig bepaald was.

Zou men, bij aanvaarding van de quantummechanica, op overeenkomstige wijze te werk willen gaan, dan zou men twee praemissen van de vorm

$$x(x^1, t_o), \quad p(p^1, t_o)$$

voorop moeten stellen, en daarop verder moeten deduceren. Wegens de verwisselingsrelaties van HEISENBERG

$$\mathbf{PX} - \mathbf{XP} = \frac{h}{2\pi i}\,\mathbf{1},$$

kan echter de eigenvector $\mathbf{u}$, behorend bij de eigenwaarde x^1 van $\mathbf{X}$, nimmer een eigenvector van de operator $\mathbf{P}$ wezen. Immers, ware dit wèl het geval, dus

$$\mathbf{Xu} = x^1\mathbf{u} \qquad \mathbf{Pu} = p^1\mathbf{u},$$

dan ware

$$(\mathbf{PX} - \mathbf{XP})\,\mathbf{u} = \mathbf{P}\,(\mathbf{Xu}) - \mathbf{X}\,(\mathbf{Pu}) = \mathbf{P}\,(x^1\mathbf{u}) - \mathbf{X}\,(p^1\mathbf{u}) = \\ = x^1\,\mathbf{Pu} - p^1\,\mathbf{Xu} = x^1p^1\mathbf{u} - p^1x^1\mathbf{u} = 0,$$

in strijd met de relatie van HEISENBERG, die

$$(\mathbf{PX} - \mathbf{XP})\,\mathbf{u} = \frac{h}{2\pi i}\,\mathbf{1}\,\mathbf{u} = \frac{h}{2\pi i}\,\mathbf{u}$$

zou eisen.

Derhalve zijn de beide bedoelde praemissen *complementair*, en dus is het volgens de definitie van het begrip *afleidbaar* niet mogelijk, er iets uit af te leiden.

Vooruitlopend op de semantische interpretatie van de quantummechanica wil ik even de physische grond vermelden van de ons door de vormregels en deductieregels der quantummechanica opgelegde restricties.

Zal het een natuurkundige zin hebben, op de grondslag van de bovenvermelde praemissen een deductie uit te voeren, dan moet het mogelijk zijn, deze praemissen als resultaat van één of andere proef te vinden. Dit blijkt nu echter, zoals in het vorige hoofdstuk werd uiteengezet, niet mogelijk.

Hoe men de proef ook inricht, in de gevonden waarden van x en p zitten zodanige onzekerheden Δx en Δp, dat

$$\Delta x \, \Delta p \geqq \frac{h}{2\pi}$$

Van wijsgerige zijde pleegt hiertegen te worden aangevoerd, dat het toch niet ondenkbaar is, dat t.z.t. een proefopstelling gevonden wordt, die nauwkeuriger waarden van x en p levert, dan volgens de onbepaaldheidsrelatie van HEISENBERG mogelijk zou zijn.

Hierop is te antwoorden, dat dit inderdaad niet ondenkbaar is. De ontdekking van zulk een proefopstelling zou echter bewijzen, dat de quantumtheorie op een geheel en al onjuiste grondslag berust. Dit laatste moet nu echter als zeer onwaarschijnlijk worden beschouwd, gezien de resultaten, die men met de quantumtheorie heeft kunnen bereiken, en die op zeer nauwe wijze samenhangen met de essentiële punten van verschil tussen newtoniaanse en quantummechanica. Immers, de ontdekking van zulk een proefopstelling zou de weerlegging van de onbepaaldheidsrelaties en dus tevens van de verwisselingsrelaties van HEISENBERG, d.w.z. van de quantisering zelf, betekenen. Daarmee zou echter de mogelijkheid van een verzoening van de undulatoire en de corpusculaire theorie van de stof en van de straling, die, zoals we gezien hebben, beide onmisbaar zijn voor de verklaring van de verschijnselen, komen te vervallen.

Een geschikt voorbeeld van de toepassing van de voor de quantumtheorie kenmerkende deductieregels levert de discussie van het COMPTON-effect. Een bundel evenwijdige electromagnetische stralen passeert een ruimte, waarin zich vrije electronen bevinden. De stralen worden nu niet alleen verstrooid, maar bovendien verandert hun frequentie. Hoe meer een straal afwijkt van zijn oorspronkelijke richting, hoe meer zijn frequentie vermindert.

We bepalen ons tot de beschouwing van één enkel photon (lichtquantum) en van één enkel electron. De totale energie van dit systeem wordt weer voorgesteld door een hamiltoniaanse functie

$$H = H_{ph} + H_{el} + W,$$

waarin H_{ph} de hamiltoniaanse functie van het photon, H_{el} die van het electron voorstelt. Stellen we de impulscomponenten van het photon voor door i_x, i_y, i_z, die van het electron door p_x, p_y, p_z, dan is

$$H_{ph} = c\sqrt{i_x^2 + i_y^2 + i_z^2}$$

$$H_{el} = \frac{1}{2m}\,(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2).$$

Aan al de genoemde observabelen beantwoorden weer operatoren.

Nu bezit de vergelijking van SCHRÖDINGER een oplossing $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$, die bij zeer grote benadering

1) voor elke t eigenvector is van $\mathbf{H}$, $\mathbf{I}_x + \mathbf{P}_x$, $\mathbf{I}_y + \mathbf{P}_y$, $\mathbf{I}_z + \mathbf{P}_z$;
2) voor $t < t_1$ bovendien eigenvector is van $\mathbf{I}_x$, $\mathbf{I}_y$, $\mathbf{I}_z$ en dus ook van $\mathbf{P}_x$, $\mathbf{P}_y$, $\mathbf{P}_z$, $\mathbf{H}_{ph}$, $\mathbf{H}_{el}$ en $\mathbf{W}$, en wel met eigenwaarden opv. i^1, o, o; o, o, o; $E^1{}_{ph} = ci^1$, $E^1{}_{el} = o$, $W = o$;
3) voor $t > t_2$ bovendien eigenvector is van $\mathbf{I}_x$, $\mathbf{I}_y$, $\mathbf{I}_z$ en dus ook van $\mathbf{P}_x$, $\mathbf{P}_y$, $\mathbf{P}_z$, $\mathbf{H}_{ph}$, $\mathbf{H}_{el}$ en $\mathbf{W}$, en wel met eigenwaarden opv. $i^{11}\cos\vartheta$, $i^{11}\sin\vartheta$, o; $p^{11}{}_x$, $p^{11}{}_y$, o; $E^{11}{}_{ph} = ci^{11}$, $E^{11}{}_{el} = \frac{1}{2m}\,(p^{11}{}_x{}^2 + p^{11}{}_y{}^2)$, $W^{11} = o$.

Ter toelichting moge melding worden gemaakt van soortgelijke benaderde oplossingen in de klassieke mechanica. Men denke zich ten eerste het geval van een met grote snelheid uit de wereldruimte te voorschijn gekomen lichaam, dat zich korte tijd in de nabijheid van het zonnestelsel bevindt. Op een tijdstip lang genoeg vóór de nadering zal men de door zon en planeten op dat lichaam uitgeoefende krachten kunnen verwaarlozen en dus zijn beweging als éénparig rechtlijnig kunnen beschouwen; op een tijdstip erna eveneens. De beweging van het lichaam kan dus bij benadering worden beschouwd als te bestaan uit drie gedeelten: a) voor $t < t_1$ een éénparig rechtlijnige beweging; b) voor $t_1 < t < t_2$ een kromlijnige beweging in de nabijheid van het zonnestelsel; c) voor $t > t_2$ een éénparig rechtlijnige beweging.

Een tweede voorbeeld levert het vraagstuk van de botsing

van twee biljartballen. Hier is t_1 klaarblijkelijk het eerste, t_2 het tweede tijdstip, dat de biljartballen gedurende de botsing met elkaar in contact zijn.

In het tweede geval is de benadering van grote practische betekenis. Immers, het tijdsverloop $t_1 < t < t_2$ duurt daar zeer kort en gedurende dat tijdsverloop verplaatsen de biljartballen zich niet merkbaar. In het eerste geval hebben we daarentegen niets aan de benadering, omdat het lichaam uiteraard juist gedurende het tijdsverloop $t_1 < t < t_2$ goed kan worden waargenomen.

We keren nu terug tot de discussie van het COMPTON-effect. We kiezen twee tijdstippen $t^1 < t_1$ en $t^{11} > t_2$ en maken de volgende onderstellingen:

$H\ (E^1,\ t^1)$, $[i_x + p_x]\ (i^1,\ t^1)$, $[i_y + p_y]\ (o,\ t^1)$, $[i_z + p_z]\ (o,\ t^1)$, $i_x\ (i^1,\ t^1)$, $i_y\ (o,\ t^1)$, $i_z\ (o,\ t^1)$, $p_x\ (o,\ t^1)$, $p_y\ (o,\ t^1)$, $p_z\ (o,\ t^1)$

met $$E^1 = ci^1.$$

Wegens het bestaan van de bovengenoemde oplossing van de vergelijking van SCHRÖDINGER zijn deze onderstellingen niet-complementair en kunnen dus aan een redenering ten grondslag worden gelegd. Volgens deductieregel D_Q 8) kunnen we nu concluderen:

$$H_{ph}\ (ci^1,\ t^1)$$

$H\ (E^1,\ t^{11})$, $[i_x + p_x]\ (i^1,\ t^{11})$, $[i_y + p_y]\ (o,\ t^{11})$, $[i_z + p_z]\ (o,\ t^{11})$

We voegen nu toe de nieuwe onderstellingen

$$i_x\ (i^{11}\ cos\ \vartheta,\ t^{11}),\ i_y\ (i^{11}\ sin\ \vartheta,\ t^{11}),\ i_z\ (o,\ t^{11})$$
$$p_x\ (p_x{}^{11},\ t^{11}),\ p_y\ (p_y{}^{11},\ t^{11}),\ p_z\ (o,\ t^{11})$$

Deze zijn niet-complementair met de reeds gemaakte onderstellingen, mits

$$E^1 = ci^1 = E^{11} = ci^{11} + \frac{1}{2m}\ (p_x{}^{11\ 2} + p_y{}^{11\ 2})$$

$$i^1 = i^{11}\ cos\ \vartheta + p^{11}{}_x$$
$$o = i^{11}\ sin\ \vartheta + p^{11}{}_y,$$

d.w.z. (bij benadering voor kleine ϑ)

$$ci^{11} = ci^1 - \frac{2i^{1\ 2}}{m}\ sin^{\ 2}\ \frac{\vartheta}{2}.$$

We kunnen dan volgens deductieregel D_Q) concluderen

$$H_{ph}\ (ci^{11},\ t^{11})$$

Nu kunnen we de praemissen en de conclusies ter wille van het overzicht als volgt in een tabel samenvatten:

Praemissen		*Conclusies*	
* $H\ (ci^1,\ t^1)$		$H_{ph}\ (ci^1,\ t^1)$	*(a)*
* $[i_x + p_x]\ (i^1,\ t^1)$			
* $[i_y + p_y]\ (o,\ t^1)$			
* $[i_z + p_z]\ (o,\ t^1)$			
$i_x\ (i^1.\ t^1)$	(1)		
$i_y\ (o,\ t^1)$	(2)		
$i_z\ (o,\ t^1)$	(3)		
$p_x\ (o,\ t^1)$	(4)		
$p_y\ (o,\ t^1)$	(5)		
$p_z\ (o.\ t^1)$	(6)		
$i_x\ (i^{11}\ cos\ \vartheta,\ t^{11})$	(7)	$H\ (ci^1,\ t^{11})$	
$i_y\ (i^{11}\ sin\ \vartheta,\ t^{11})$	(8)	$[i_x + p_x]\ (i^{11},\ t^{11})$	
$i_z\ (o,\ t^{11})$	(9)	$[i_y + p_y]\ (o,\ t^{11})$	
* $p_x\ (p_x{}^{11},\ t^{11})$		$[i_z + p_z]\ (o,\ t^{11})$	
* $p_y\ (p_y{}^{11},\ t^{11})$			
* $p_z\ (o,\ t^{11})$		$H_{ph}\ (ci^{11},\ i^{11})$	*(b)*

Is vóór een praemisse het teken * geplaatst, dan betekent dit, dat deze praemisse de enige is, die met de overige praemissen niet-complementair is; door een iets scherpere toepassing van de quantummechanische deductieregels kunnen deze praemissen uit de overige worden gededuceerd; deze praemissen behoeven dus geen bijzondere experimentele verificatie.

(We hebben hier een fraai voorbeeld van een in de zin van BOHR causaal gedetermineerd, d.w.z. door de wetten van het behoud van impuls en energie beheerst, proces.)

Om nu te kunnen vaststellen, of de waarnemingen aan de ontwikkelde theorie beantwoorden, moeten we trachten, de prae-

missen (1)—(9) en de conclusies (*a*) en (*b*) experimenteel te verifiëren; daartoe moeten we echter eerst de bedoelde praemissen en conclusies in de terminologie van de physische waarneming interpreteren. Deze interpretatie geschiedt het gemakkelijkst in twee stappen: men gaat eerst van de terminologie van de quantummechanica naar de terminologie van de klassieke undulatoire theorie van de straling, daarna van de laatste naar de terminologie van de physische waarneming, over.

Ik zal mij hier, daar de tweede overgang — waarop ik in een volgend hoofdstuk terug kom — den lezer niet onbekend is, tot een korte bespreking van de eerste overgang beperken. Deze overgang berust in hoofdzaak op het volgende beginsel:

Een stroom photonen met impuls $\mathbf{i}$ *en energie ci beantwoordt aan een evenwijdige bundel monochromatische electromagnetische stralen met een richting aangegeven door de vector* $\mathbf{i}$ *en met een frequentie* $\nu = \frac{ci}{h}$

De praemissen (1)—(3) en de conclusie (*a*) worden dus geverifiëerd, doordat men de invallende electromagnetische stralen de richting van de x-as en de frequentie $\nu^1 = \frac{ci}{h}$ geeft.

De praemissen (4)—(6) worden slechts bij benadering geverifiëerd; men zorgt nl., dat vóór het intreden van de stralen p_x, p_y, p_z relatief klein zijn, en wel, doordat i relatief groot, dus ν relatief groot wordt gekozen; men voert de proef daartoe met RÖNTGEN-stralen uit.

De praemissen (7)—(9) worden geverifiëerd, door van de uittredende stralenbundels diegene uit te kiezen, die loodrecht staat op de *z-as* en een hoek ϑ maakt met de x-as.

Volgens conclusie (b) zal die stralenbundel een frequentie

$$\nu^{11} = \nu^1 - \frac{2h}{mc^2}\,\nu^{12}\,sin^{\,2}\,\tfrac{1}{2}\,\vartheta$$

bezitten. Deze conclusie kan m.b.v. de methodes der RÖNTGEN-optiek worden geverifiëerd.

Nu valt deze proef in positieve zin uit. Dit resultaat wordt terecht als een zeer krachtig argument ten gunste van de

hypothese der lichtquanta opgevat. Ten eerste is het in hoge mate onafhankelijk van de onderstellingen, die men maakt over de wisselwerking tussen electron en lichtquantum; ten tweede wordt het hierboven afgeleide verband tussen ν^{11} en ν^{1} ook bij toepassing van de elementaire quantumtheoretische methode gevonden.

Vooral blijkt duidelijk de *individualiteit* van de photonen. Waren er immers ook „halve" of „dubbele" photonen, dan zou daaraan een Compton-effect

$$\nu^{11} = \nu^{1} - \frac{h}{mc^2}\,\nu^{12}\,sin^2\tfrac{1}{2}\vartheta$$

resp.

$$\nu^{11} = \nu^{1} - \frac{4h}{mc^2}\,\nu^{12}\,sin^2\tfrac{1}{2}\vartheta$$

beantwoorden, dat niet wordt waargenomen.

Vermelden we tenslotte, dat COMPTON en SIMON erin geslaagd zijn, met behulp van de WILSON-camera de banen van het „botsende" electron en photon op de photographische plaat vast te leggen en zodoende de in het bovenstaande ontwikkelde redenering te toetsen, zonder dat de overgang naar de klassieke undulatoire theorie nodig is.

Het in het bovenstaande uitgewerkte voorbeeld kan, zoals ik al opmerkte, ook m.b.v. de elementaire beschouwingswijze worden behandeld; men moet daartoe van de corpusculaire opvatting uitgaan. We vatten de wisselwerking van photon en electron als een elastische botsing op; dan is de totale impuls en de totale kinetische energie vóór en na de botsing even groot, dus

$$ci^{1} = ci^{11} + \frac{1}{2m}\,(p^{11}{}_x{}^2 + p^{11}{}_y{}^2)$$

$$i^{1} = i^{11}\cos\vartheta + p^{11}{}_x$$

$$0 = i^{11}\sin\vartheta + p^{11}{}_y,$$

d.w.z. (voor kleine ϑ)

$$ci^{11} = ci^{1} - \frac{2i^{12}}{m}\,sin^2\tfrac{1}{2}\vartheta$$

We vinden dus langs elementaire weg hetzelfde resultaat als door toepassing van de exact quantummechanische methode. Deze onverwachte overeenstemming is nu achteraf niet moeilijk te verklaren.

Het essentiële punt van verschil tussen de newtoniaanse en de quantumtheoretische logica is hierin gelegen, dat de laatste alleen deductie uit onderling niet-complementaire praemissen toestaat. Gaat nu echter een newtoniaanse redenering toevalligerwijs van niet-complementaire praemissen uit, dan zal het mogelijk zijn, deze redenering in de quantummechanica ongewijzigd of althans vrijwel ongewijzigd te reproduceren. Dit geval doet zich nu juist voor bij de discussie van het COMPTON-effect.

Voor de elementaire undulatoire beschouwingswijze geldt m.m. hetzelfde als voor de corpusculaire. Ook in de klassieke golftheorie zijn redeneringen mogelijk, die uitgaan van in de zin van de quantumtheoretische logica niet-complementaire praemissen. Zulke redeneringen kunnen weer ongewijzigd of vrijwel ongewijzigd in de quantumtheorie worden gereproduceerd.

De onderlinge verhouding van de elementaire corpusculaire en undulatoire beschouwingswijze en hun beider verhouding tot de exacte quantummechanica wordt nu veel duidelijker.

De klassieke corpusculaire theorie en de klassieke undulatoire theorie in haar geheel zijn onderling strijdig. Zonderen we echter uit deze beide theorieën die redeneringen af, die uitgaan van onderling niet-complementaire praemissen, dan blijken deze redeneringen niet langer onderling tegenstrijdig te zijn. De exacte quantumtheorie nu laat van de beginne af slechts deze redeneringen toe en vat de toelaatbare „corpusculaire" en „undulatoire" redeneringen tot één gesloten systeem samen.

Stellen we ons nu op het standpunt b.v. van de klassieke corpusculaire theorie, dan doet zich aanstonds de vraag voor, hoe men kan uitmaken, of een gegeven stel praemissen niet-complementair is. Een criterium vinden we in de onbepaaldheidsrelaties van HEISENBERG. Een aantal praemissen is niet-complementair, als ze aan de onbepaaldheidsrelaties

$$\triangle q \triangle p \geqq \frac{h}{2\pi}$$

voldoen. Is aan deze eis voldaan, dan zullen de uit deze relaties langs klassieke weg gededuceerde conclusies in grote trekken ook quantumtheoretisch juist zijn.

Het is duidelijk, dat de volgens onze quantumtheoretische regels toelaatbare deductiemiddelen zeer beperkt zijn. Is de eigenvector $\mathbf{x}^1$ van de observabele p, behorend bij de niet-ontaarde eigenwaarde p^1 van p, niet tevens eigenvector van de observabele q, dan kan men uit een praemisse, volgens welke de observabele p op het tijdstip t^1 de waarde p^1 bezit, *niets* concluderen omtrent de waarde van de observabele q op dit tijdstip. Men kan óók geen nadere onderstelling maken omtrent de waarde van q, omdat zulk een onderstelling complementair zou zijn t.o.v. de reeds genoemde praemisse.

Een aanvulling van de toegestane deductiemiddelen is niet mogelijk, zonder dat men, hetzij in innerlijke contradicties vervalt, hetzij resultaten vindt, die in strijd zijn met de waarneming.

Dit is de exacte, syntactische, formulering van het voor de atoomphysica kenmerkende „indeterminisme". Het zal duidelijk zijn, dat hier geen sprake is van een onberekenbaar ingrijpen van bovennatuurlijke, „geestelijke", krachten in het verloop van de natuurverschijnselen, maar van een wijziging van de tot nu toe in de natuurwetenschap gebruikelijke deductiemiddelen, zonder welke een exacte deductieve behandeling van de atomaire processen niet mogelijk blijkt te zijn.

Wil men nu echter toch iets meer kunnen voorspellen, dan met behulp van de beperkte quantummechanische deductiemiddelen mogelijk is, dan moet men zich bedienen van statistische overwegingen, die berusten op de

Statistische regel: Verkeert het systeem op het tijdstip t^1 in de toestand, aangewezen door de vector $\mathbf{x}$, dan bedraagt de kans, dat een op dat ogenblik uitgevoerde waarneming voor de observabele p de waarde p^1 levert:

$$k = |(\mathbf{x}^1, \mathbf{x})|^2$$

Hierbij is ondersteld, dat de vector $\mathbf{x}^1$ de eigenvector is, die aan de niet ontaarde eigenwaarde p^1 van de aan de observabele p toegevoegde operator $\mathbf{P}$ beantwoordt, en dat de vectoren $\mathbf{x}$ en $\mathbf{x}^1$ op zodanige wijze „genormeerd" (d.w.z. van een numerieke factor voorzien) zijn, dat

$$(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 1 \qquad (\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^1) = 1$$

De regel is gemakkelijk tot het geval van een ontaarde eigenwaarde p^1 van $\mathbf{P}$ uit te breiden.

Uit de regel volgt, dat de *verwachtingswaarde* van de observabele p op het tijdstip t

$$\overline{p} = (\mathbf{x}, \mathbf{P}\mathbf{x})$$

bedraagt.

Ook de *strooiing* σ van de waargenomen waarde van p om de verwachtingswaarde $\overline{p}$ is te voorspellen; ze wordt gevonden uit

$$\sigma^2 = \overline{(p-\overline{p})^2} = (\mathbf{x}, (\mathbf{P}-\overline{p})^2\mathbf{x}) = (\mathbf{x}, \mathbf{P}^2\mathbf{x}) - \overline{p}^2.$$

Neemt men aan, dat de vector $\mathbf{x}$ samenvalt met de vector $\mathbf{x}^1$, dan vindt men, zoals natuurlijk ook moet;

$$k = 1$$
$$p = p^1$$
$$\sigma^2 = 0$$

De statistische regel kan worden toegepast, als men, òf eenzelfde systeem een groot aantal malen achtereen, òf — wat het gewone geval is — een groot aantal gelijksoortige systemen tegelijk in dezelfde toestand onderzoekt.

Uit de statistische regel volgen tenslotte de onbepaaldheidsrelaties van HEISENBERG.

In onze beschouwingen is tot nu toe eenvoudigheidshalve een overtreding van de beginselen van de quantumtheorie getolereerd; hierop moet ik nu nog even terugkomen.

Ik heb tot nu toe niet in aanmerking genomen, dat ook de tijd een observabele is, en dat hij dus evenals alle andere observabelen door een operator in de HILBERT-ruimte moet worden

vertegenwoordigd. Het is derhalve slechts onder bepaalde voorwaarden mogelijk, tegelijk aan de tijd en aan een andere observabele een bepaalde waarde toe te schrijven.

Nu moet volgens de speciale relativiteitstheorie de tijd t.o.v. de energie in dezelfde betrekking staan als de coördinaten t.o.v. de impulscomponenten. Derhalve moeten voor tijd en energie een verwisselingsrelatie

$$(\mathbf{ET}\text{-}\mathbf{TE}) = \frac{h}{2\pi i}\,\mathbf{1}$$

en een onnauwkeurigheidsrelatie

$$\Delta t \, \Delta E = \frac{h}{2\pi}$$

van HEISENBERG gelden.

Dit houdt nu echter in, dat het niet mogelijk is, tegelijk aan de tijd en aan de energie een bepaalde waarde toe te kennen. De tot nu toe toegelaten bouwstenen van de vorm „$E(E^1, t^1)$" kunnen dus niet worden gehandhaafd.

Daarmee vervalt echter de discussie van het COMPTON-effect in de vorm, waarin ik haar hierboven gegeven heb. Zij behoeft echter geen ingrijpende veranderingen te ondergaan. Dit moet hieraan worden toegeschreven, dat bij de redenering de gekozen waarden t^1 en t^{11} van t in het geheel geen rol hebben gespeeld.

De bespreking van de wijzigingen, die de in het bovenstaande opgestelde logische syntaxis van de quantumtheorie dient te ondergaan, als men er rekening mee houdt, dat ook de tijd als een observabele in de zin van de quantumtheorie dient te worden opgevat, moet hier achterwege blijven. Bij mijn weten zijn deze nog niet onderzocht (verg. VON NEUMANN, [1], S. 188).

Is de bedoelde herziening van de logische syntaxis van de quantumtheorie eenmaal uitgevoerd, dan beschikt men over een systeem van deductiemiddelen, met behulp waarvan elk exact quantummechanisch betoog kan worden opgebouwd. Zulk een betoog (b.v. de definitieve discussie van een experiment) is pas mogelijk, als van te voren de eigenwaarden en

eigenvectoren van de bij dat betoog beschouwde observabelen zijn berekend; natuurlijk gaat aan de berekening van de bedoelde eigenwaarden en eigenvectoren normaliter een voorlopige discussie — die zich vaak van de elementaire beschouwingswijze zal bedienen — vooraf.

Hier blijkt wel treffend het onderscheid tussen het systeem P_Q, de eigenlijke quantumtheorie, en het systeem M_Q, haar mathematisch apparaat of logische syntaxis.

Wat de inhoud van het systeem M_Q betreft, het omvat klaarblijkelijk, naast een gekortwiekte klassieke logica der beweringen, de theorie van de lineaire operatoren; ook hier evenals bij de opstelling van de newtoniaanse logica moeten we dus de logische deductiemiddelen met deductiemiddelen van op het eerste gezicht afwijkende aard aanvullen.

Men zal zich afvragen, wat er gebeurt, wanneer men de door de logische syntaxis niet overgenomen deductiemiddelen der klassieke logica tòch gebruikt; het antwoord luidt: men vindt drieërlei ongewenste conclusies en wel

1) conclusies in strijd met de waarnemingsfeiten;
2) innerlijk tegenstrijdige conclusies;
3) conclusies, die zich aan experimentele toetsing onttrekken.

Dat men de sub 1) en sub 2) bedoelde conclusies elimineert, vindt uiteraard instemming. Anders staat het met de eliminatie van de sub 3) bedoelde conclusies; men ziet hierin veelal een symptoom van de invloed van het „positivistisch resignatie-ideaal" op de natuurwetenschap, waartegen natuur-philosophen als als P. HOENEN en E. MAY zo krachtig opkomen.

Het elimineren van dergelijke conclusies is echter volkomen rationeel. Zoals een schip een bepaald laadvermogen bezit, bij overschrijding waarvan het kapseist of zinkt, zo kan ook in een deductieve theorie maar niet een willekeurig aantal praemissen en deductiemiddelen verdragen. Stouwt men er nog meer in, dan levert de deductie òf innerlijke tegenstrijdigheden, òf conclusies, die strijden met de waarnemingsfeiten.

Men kan dus de praemissen en de deductiemiddelen, die aansprakelijk zijn voor het optreden van de sub 3) bedoelde conclusies, vergelijken met ballast, die weliswaar niet aan-

stonds een scheepsramp behoeft te veroorzaken, maar die ons zou kunnen beletten, waardevolle lading aan boord te nemen, omdat het laadvermogen reeds was bereikt.

Deze mogelijkheid is nu in de afgelopen decennia verschillende malen werkelijkheid gebleken. Het eerst bij de opstelling van de speciale relativiteitstheorie, toen een ongekunstelde verklaring van de proef van MICHELSON bleek af te stuiten op de (voor de verklaring van de verschijnselen overbodige) onderstelling van het bestaan van absolute gelijktijdigheid. De tweede maal bij de opstelling van de algemene relativiteitstheorie, toen bleek, dat een rationele behandeling van de gravitatieverschijnselen werd bemoeilijkt door de overbodige onderstelling van het bestaan van traagheidsstelsels. En ten derde bij de opstelling van de quantummechanica, toen bleek, dat een rationele behandeling van de atoomphysische verschijnselen onmogelijk was gemaakt door de overbodige onderstelling, dat de atomaire processen tegelijk als causaal gedetermineerd en als verlopend in ruimte en tijd zouden kunnen worden opgevat.

Is het een wonder, dat de natuurkundigen, geleerd door deze ondervinding, er bij de opstelling van een nieuwe theorie aanstonds voor zorgen, dat het aantal „overbodige elementen" althans zo veel als maar enigszins mogelijk wordt beperkt? Daarmee gaat dan wel vaak een vermindering van de explicatieve kracht gepaard, doordat vertrouwde elementen uit vroegere theorieën overboord worden gezet, maar de kans wordt vergroot, dat een uitbouw van de theorie bij het bekend worden van nieuwe verschijnselen zonder ingrijpende maatregelen mogelijk blijkt.

Merkwaardig is, dat bij de opbouw van de quantummechanica niet slechts de praemissen, waarvan de deductieve verklaring van de waargenomen verschijnselen placht uit te gaan, maar tegelijk óók de regels, volgens welke de deductie plaats vond, door andere vervangen werden. De quantumtheoreticus gaat bij de verklaring van de verschijnselen niet slechts van andere praemissen uit, dan de physici van de klassieke school, hij redeneert bovendien volgens afwijkende regels. Dit laatste nu maakt in het begin het volgen van een quantummechanisch betoog zo moeilijk en geeft aanleiding tot allerlei objecties.

Na de uitvoerige bespreking van het systeem P_Q kan ik over de logische structuur van de systemen M_Q en W_Q tamelijk kort zijn.

Het systeem M_Q, dat de logische syntaxis van het systeem P_Q behelst — dat dus als de bij P_Q behorende *metatheorie* kan worden aangemerkt —, en waarvan dus de uiteenzettingen van de blzz. 106—113 deel uitmaken, valt samen met een hoofdstuk uit de theorie van de ruimte van HILBERT. M_Q is derhalve een mathematische en dus een deductieve theorie. Terwijl echter de in P_Q toegepaste deductieregels — die door de theorie M_Q tot voorwerp van onderzoek werden gemaakt — door de erin optredende term „complementair" sterk van de regels der traditionele (eleatische) logica (verg. hoofdstuk VI) afwijken, wordt in M_Q zelf, zoals in de gehele (niet-intuïtionistische) wiskunde, volgens de regels ener verfijnde eleatische logica geredeneerd. Het onderzoek van de logische syntaxis van H_Q opent dan ook geen nieuwe perspectieven.

Nog minder problemen stelt het systeem W_Q aan de orde. De uitdrukkingen van W_Q immers beschrijven alleen de uitslag van atoomphysische experimenten. Binnen W_Q wordt dan ook niet gededuceerd. Deductieregels behoeven dan ook voor W_Q niet te worden opgesteld, en dit maakt ook een diepgaand onderzoek van de binnen W_Q geldende vormregels overbodig.

AANHANGSEL I

Volledigheidshalve worde vermeld, op welke wijze de bepaling van eigenwaarden en eigenvectoren pleegt te geschieden.

We denken gegeven een rij functies

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$$

van nader te bepalen argumenten en die aan alsnog op te stellen eisen zullen moeten voldoen. Aan de vector $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots]$ in de HILBERT-ruimte voegen we nu toe de functie

$$\varphi = x_1\varphi_1 + x_2\varphi_2 + x_3\varphi_3 + \ldots$$

Beantwoorden aan de vectoren $\mathbf{x}$ en $\mathbf{y}$ de functies φ en ψ, dan beantwoordt aan de vector $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ de functie $\varphi + \psi$; beant-

woordt aan de sector $\mathbf{x}$ functie φ, dan beantwoordt aan de sector $\lambda\,\mathbf{x}$ de functie $\lambda\varphi$.

Deze toevoeging is omkeerbaar eenduidig, als de functies φ_k lineair onafhankelijk zijn, dw.z., als φ alleen dan identiek nul kan zijn, als $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = 0$. Immers, onderstellen we, dat in dit geval de toevoeging *niet* omkeerbaar eenduidig was, en er dus één en dezelfde functie φ aan twee verschillende vectoren $\mathbf{x}$ en $\overline{\mathbf{x}}$ toegevoegd was. Dan ware

$$\varphi = x_1\varphi_1 + x_2\varphi_2 + x_3\varphi_3 + \ldots = \overline{x_1}\varphi_1 + \overline{x_2}\varphi_2 + \overline{x_3}\varphi_3 + \ldots$$

of

$$(x_1 - \overline{x_1})\varphi_1 + (x_2 - \overline{x_2})\varphi_2 + (x_3 - \overline{x_3})\varphi_3 + \ldots = 0,$$

dus $x_1 - \overline{x_1} = x_2 - \overline{x_2} = x_3 - \overline{x_3}, \ldots = 0$, d.w.z. $\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}}$, in strijd met de onderstelling.

We nemen voortaan aan, dat de functies $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$ lineair onafhankelijk gekozen zijn:

Nu voegen we verder als volgt op omkeerbaar eenduidige wijze aan elke operator $\mathbf{P}$ een operator $\mathbf{P}^1$ toe, die op functies werkt: gaat door toepassing van de operator $\mathbf{P}$ de vector $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots]$ in de vector $\mathbf{P}\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}} = [\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, \ldots]$ over, dan gaat door toepassing van de operator $\mathbf{P}^1$ de functie $\varphi = x_1\varphi_1 + x_2\varphi_2 + x_3\varphi_3 + \ldots$ over in de functie $\overline{\varphi} = \mathbf{P}^1\varphi = \overline{x_1}\varphi_1 + \overline{x_2}\varphi_2 + \overline{x_3}\varphi_3 + \ldots$

Voor de operatoren $\mathbf{P}^1$ gelden mutatis mutandis precies dezelfde eigenschappen als voor de operatoren $\mathbf{P}$ en tussen de operatoren $\mathbf{P}^1$ bestaan precies dezelfde relaties als tussen de operatoren $\mathbf{P}$. Aan de operator $\mathbf{1}$ beantwoordt de operator $\mathbf{1}^1$, die de functie φ in dezelfde functie φ doet overgaan.

Zij nu $\mathbf{x}^1$ een eigenvector van de operator $\mathbf{P}$, beantwoordend aan de eigenwaarde λ^1, dus

$$\mathbf{P}\mathbf{x}^1 = \lambda^1\mathbf{x}^1.$$

We veronderstellen verder, dat aan de vector $\mathbf{x}^1$ de functie φ^1 beantwoordt. Aan $\mathbf{P}\mathbf{x}^1$ beantwoordt dan $\mathbf{P}^1\varphi^1$ aan $\lambda^1\mathbf{x}^1$ be-

antwoordt $\lambda^1\varphi^1$; maar aan gelijke vectoren moeten gelijke functies beantwoorden, dus

$$\mathbf{P}^1\varphi^1 = \lambda^1\varphi^1.$$

Het ligt voor de hand, dat λ^1 en φ^1 aanduiden als *eigenwaarde* en *eigenfunctie* van de operator $\mathbf{P}^1$. Dan kunnen we zeggen:

Aan de eigenvectoren $\mathbf{x}^1$ van de operator $\mathbf{P}$ beantwoorden de eigenfuncties φ^1 van de aan $\mathbf{P}$ toegevoegde operator $\mathbf{P}^1$ en wel voor dezelfde eigenwaarde.

Nu moesten voor de behandeling van de beweging van een stoffelijk punt volgens de quantumtheorie de volgende problemen worden opgelost.

1) gevraagd te construeren zes operatoren $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y, \mathbf{P}_z$, die aan de verwisselingsrelaties van HEISENBERG voldoen;
2) gevraagd de eigenwaarden en eigenvectoren van de aan de observabele toegevoegde operatoren, i.h.b. van de aan de energie toegevoegde operator

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m}\,(\mathbf{P}_x^2 + \mathbf{P}_y^2 + \mathbf{P}_z^2) + \mathbf{V}.$$

Het is duidelijk, dat deze problemen gelijkwaardig zijn met de problemen, die men krijgt, als men overal de operatoren $\mathbf{P}$ door de eraan toegevoegde operatoren $\mathbf{P}^1$ vervangt.

Nu is echter het tweede probleem veel toegankelijker dan het eerste. Wij kennen nl. een zeer groot aantal lineaire operatoren, die op functies werken. Ik noem

$$\mathbf{P}^1\varphi = x\varphi,\ \mathbf{P}^1\varphi = y\varphi,\ \mathbf{P}^1\varphi = z\varphi,\ \mathbf{P}^1\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x},\ \mathbf{P}^1\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial y},$$

$$\mathbf{P}^1\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z},\ \mathbf{P}^1\varphi = \int_0^x \varphi\,dx,\ \mathbf{P}^1\varphi = \int_0^y \varphi\,dy,\ \mathbf{P}^1\varphi = \int_0^z \varphi\,dz, \ldots$$

Het blijkt nu zeer gemakkelijk te zijn, uit deze voorraad zes operatoren $\mathbf{X}^1, \mathbf{Y}^1, \mathbf{Z}^1, \mathbf{P}_x^1, \mathbf{P}_y^1, \mathbf{P}_z^1$ aan te wijzen, die aan de verwisselingsrelaties van HEISENBERG, die ik nu maar schrijf in de vorm:

$$(\mathbf{P}_x{}^1\mathbf{X}^1 - \mathbf{X}^1\mathbf{P}_x{}^1)\,\varphi = \frac{h}{2\pi i}\,\varphi \quad \&c.$$
$$(\mathbf{P}_y{}^1\mathbf{Z}^1 - \mathbf{Z}^1\mathbf{P}_y{}^1)\,\varphi = 0 \quad \&c.$$
$$(\mathbf{Y}\,\mathbf{Z} - \mathbf{Z}\,\mathbf{Y})\,\varphi = 0 \quad \&c.$$
$$(\mathbf{P}_y\mathbf{P}_z - \mathbf{P}_z\mathbf{P}_y)\,\varphi = 0 \quad \&c.$$

voldoen; men neme slechts

$$\mathbf{X}^1\varphi = x\varphi \qquad \mathbf{Y}^1\varphi = y\varphi \qquad \mathbf{Z}^1\varphi = z\varphi$$
$$\mathbf{P}_x{}^1\varphi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} \qquad \mathbf{P}_y{}^1\varphi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial y} \qquad \mathbf{P}_z{}^1\varphi = \frac{h}{2\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

Hiermee is dus het eerste probleem beantwoord (op de vraag, of de gegeven oplossing de enig mogelijke is, ga ik niet in); de vraag naar de eigenfuncties φ^1 en eigenwaarden E^1 van de operator $\mathbf{H}^1$, d.w.z. naar de functies φ^1 en de getallen E^1, zodanig, dat

$$\mathbf{H}^1\varphi^1 = \left\{\frac{1}{2m}(\mathbf{P}_x{}^2 + \mathbf{P}_y{}^2 + \mathbf{P}_z{}^2) + \mathbf{V}\right\}\varphi^1 = \lambda^1\,\varphi^1$$

of

$$-\frac{h^2}{8m\pi^2}\left(\frac{\partial^2\varphi^1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi^1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi^1}{\partial z^2}\right) + V\varphi^1 = \lambda^1\varphi^1$$

Klaarblijkelijk zullen de functies φ^1 van x, y, z (en nog van eventuele andere veranderlijken) moeten afhangen. Voor de behandeling van de zojuist opgestelde differentiaalvergelijking zijn wiskundige hulpmiddelen voorhanden. Men kan functies

$$f^1,\ f^{11},\ f^{111},\ \ldots$$

van x, y en z alléén bepalen, die als eigenfuncties van de operator $\mathbf{H}^1$ te beschouwen zijn. Wil men, dat de eigenfuncties ook nog andere veranderlijken, bv. t, u, v, bevatten, dan schrijft men

$$\varphi^1 = f^1g^1\,(t,\,u,\,v),\ \varphi^{11} = f^{11}\,g^{11}\,(t,\,u,\,v),\ \varphi^{111} = f^{111}\,g^{111}\,(t,\,u,\,v)$$

Aangezien wij ook de vergelijking van SCHRÖDINGER moeten bevredigen, die bij de vervanging van vectoren **x** door functies φ overgaat in:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi i}{h} \mathbf{H}^1 \varphi,$$

of, daar

$$\mathbf{H}^1 f^1 = E^1 f^1$$

en

$$\frac{\partial \varphi^1}{\partial t} = f^1 \frac{dg^1}{dt} = \frac{2\pi i}{h} \mathbf{H}^1 f^1 g^1 = \frac{2\pi i}{h} E^1 f^1 g^1$$

of

$$\frac{dg^1}{dt} = \frac{2\pi i}{h} E^1 g^1$$

krijgen we

$$g^1 = e^{\frac{2\pi i}{h} E^1 t}$$

We krijgen dus

$$\varphi^1 = f^1 exp\left(\frac{2\pi i}{h} E^1 t\right), \varphi^{11} = f^{11} exp\left(\frac{2\pi i}{h} E^{11} t\right), \varphi^{111} = f^{111} e^{\frac{2\pi i}{h} E^{111} t}$$

Deze functies gebruikt men nu om aan de vector $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \ldots]$ een functie φ toe te voegen, en schrijft dus

$$\varphi = x_1 f^1 exp\left(\frac{2\pi i}{h} E^1 t\right) + x_2 f^{11} exp\left(\frac{2\pi i}{h} E^{11} t\right) + x_3 f^{111} e^{\frac{2\pi i}{h} E^{111} t} + \ldots$$

Vatten we ook de tijd t als een observabele in de zin van de quantummechanica op, dan moet aan de observabele t een operator **T** beantwoorden, die tot de energieoperator, die ik nu als **E** aanduid, in de betrekking

$$(\mathbf{ET} - \mathbf{TE}) = \frac{h}{2\pi i} \mathbf{1}$$

staat, zodat

$$(\mathbf{E}^1\mathbf{T}^1 - \mathbf{T}^1\mathbf{E}^1) \varphi = \frac{h}{2\pi i} \varphi$$

We voldoen hieraan, door te stellen

$$\mathbf{T}^1\varphi = t\varphi \qquad\qquad E^1\varphi = \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\varphi}{\partial t}.$$

De tweede betrekking is klaarblijkelijk gelijkwaardig met de vergelijking van SCHRÖDINGER.

Ook nu zal er weer een betrekking tussen de operator $\mathbf{E}$ en de overige operatoren moeten bestaan. Volgens de relativiteitstheorie moet deze betrekking covariant zijn voor de z.g. groep van LORENTZ; aan deze eis voldoet niet de oorspronkelijk door Schrödinger zelf opgestelde betrekking:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2m}\,(\mathbf{P}_x^2 + \mathbf{P}_y^2 + \mathbf{P}_z^2)$$

voor het vrije electron. De later opgestelde betrekking

$$\mathbf{E}^2 = c^2\,(m^2c^2 + \mathbf{P}_x^2 + \mathbf{P}_y^2 + \mathbf{P}_z^2)$$

voldoet wèl aan deze eis, maar heeft o.a. dit bezwaar, dat vervanging van $\mathbf{E}^1, \mathbf{P}_x^1, \mathbf{P}_y^1, \mathbf{P}_z^1$ door $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x}, \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial y}, \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial z}$

een differentiaalvergelijking van de tweede orde ontstaat, waardoor de door het correspondentiebeginsel vereiste analogie met het causaliteitsbeginsel der klassieke physica verloren gaat. DIRAC heeft deze betrekking daarom vervangen door

$$\frac{\mathbf{E}}{c} = -\,\alpha_x\mathbf{P}_x - \alpha_y\mathbf{P}_y - \alpha_z\mathbf{P}_z - \beta,$$

waarin α_x, α_y, α_z, β operatoren zijn, die voldoen aan de voorwaarden

$$\begin{array}{llll}
\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = 1 & & & \beta^2 = m^2c^2 \\
\alpha_y\alpha_z + \alpha_z\alpha_y = \alpha_z\alpha_x + \alpha_x\alpha_z = \alpha_x\alpha_y + \alpha_y\alpha_x = 0 & & & \\
\alpha_x\beta + \beta\alpha_x = \alpha_y\beta + \beta\alpha_y = \alpha_z\beta + \beta\alpha_z = 0 & & & \\
\alpha_x\,\mathbf{X} - \mathbf{X}\,\alpha_x = 0 & & \alpha_x\,\mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x\,\alpha_x = 0 & \\
\alpha_y\,\mathbf{X} - \mathbf{X}\,\alpha_y = 0 & & \alpha_y\,\mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x\,\alpha_y = 0 & \\
\beta\,\mathbf{X} - \mathbf{X}\,\beta = 0 & & \beta\,\mathbf{P}_x - \mathbf{P}_x\,\beta = 0 & \text{\&c.}
\end{array}$$

Over de verrassende consequenties van de vergelijking van DIRAC behoeft hier niet te worden gesproken.

De vergelijkingen van SCHRÖDINGER en van DIRAC zijn reeds in hoofdstuk IV ter sprake gekomen; daar werden ze opgesteld voor het meer algemene geval, dat er ook een electromagnetisch veld aanwezig is. In hoofdstuk IV beschouwden we deze vergelijkingen evenwel als een golfvergelijking in de zin van de klassieke physica, als een uitdrukking voor de wet, die het verloop van een zich in ruimte en tijd afspelend golfverschijnsel beheerst. Toen zochten we dan ook een oplossing van deze vergelijkingen die aan zekere begincondities voldeed, om zodoende het verloop van de amplitude φ van ogenblik tot ogenblik en van punt tot punt te leren kennen.

Thans is het er ons daarentegen alleen om te doen, de eigenwaarden van de operator **H** en de bijbehorende eigenvectoren **x** te leren kennen; de functie φ en de differentiaalvergelijking, waaraan ze voldoet, interesseren ons slechts, voorzover ze ons in dit opzicht van nut kunnen zijn.

Dat in de quantummechanica dezelfde differentiaalvergelijkingen optreden, als in de klassieke golftheorie, is weer een fraaie bevestiging van het correspondentiebeginsel van BOHR.

AANHANGSEL II

Het enkele jaren geleden geschreven herlezend, hel ik over tot de opvatting, dat het met behulp van de ruimte van HILBERT mogelijk is, een semantische opbouw van de quantummechanische logica te geven. De deductieregels $D_Q 7)$—$9)$ zijn niet analoog met de regels D1)—6) van blz. 48, maar veeleer met de definitie van de term „gevolgtrekking" van blzz. 46/47.

De in hoofdstuk VII ontwikkelde interpretatie is bijgevolg géén analogon van de semantiek.

VI. TERUGBLIK OP OUDERE SYSTEMEN

Terminologie. Aangezien in het volgende beurtelings verschillende logische stelsels, d.w.z. systemen van logische syntaxis, ter sprake zullen komen, zal ik voor ieder van die stelsels een korte en karakteristieke benaming invoeren; de lezer houde er rekening mee, dat de ingevoerde namen afwijken van de gebruikelijke.

a. Onder *eleatische logica* versta ik het stelsel van logische syntaxis, dat aan de wijsbegeerte van PARMENIDES en van PLATO en — in verfijnde vorm — ook aan de wiskunde ten grondslag ligt. Deze logica heet gewoonlijk de *aristoteliaanse* of de *klassieke,* omdat haar behandeling de voornaamste inhoud vormt van de logische geschriften van ARISTOTELES tot op heden. Ook de logistische logici behandelen in de eerste plaats een meer verfijnde vorm van deze logica.

b. Onder *aristoteliaanse logica* versta ik het stelsel van logische syntaxis, dat aan de natuurphilosophie van ARISTOTELES ten grondslag ligt. Deze logica, gewoonlijk aangeduid als *modaliteitslogica* en te beschouwen als een uitbreiding van de eleatische logica, neemt in de logische literatuur —, zelfs in de geschriften van ARISTOTELES — een tamelijk bescheiden plaats in.

c. Onder *newtoniaanse logica* versta ik het stelsel van logische syntaxis, dat aan de klassieke (vóór-quantummechanische) natuurwetenschap ten grondslag ligt. Ook deze is te beschouwen als een uitbreiding van de eleatische logica.

In hoofdstuk II hebben we gezien, dat aan elk logisch systeem stelsel een systeem van logische identiteiten beantwoordt; zo'n systeem duid ik aan als een *ontologie,* zodat te onderscheiden zijn:

a. *eleatische ontologie;*

b. *aristoteliaanse ontologie;*
c. *newtoniaanse ontologie.*

Ik wil nu laten zien, dat de begrippen, die zijn ingevoerd bij de logische analyse van de quantumtheorie, goede diensten kunnen bewijzen bij het logisch onderzoek van oudere systemen van natuurverklaring. De quantumtheorie vertoont ons als het ware, juist door haar afwijkend karakter, de eigenaardigheden van elke natuurwetenschappelijke theorie onder een vergrootglas.

Fundamenteel was, dat de eigenlijke *quantumtheorie,* ons systeem P_Q, werd aangevuld met een *logisch-mathematisch apparaat* M_Q, dat de logische syntaxis van het systeem P_Q behelsde. Het verband tussen de systemen P_Q en M_Q werd a.h.w. zichtbaar gemaakt door de invoering van een *configuratieruimte.*

Naast de systemen P_Q en M_Q stond nog het systeem W van de op een of andere wijze geformuleerde *waarnemingsresultaten.* We zullen in hoofdstuk VII zien, dat het verband tussen de systemen P_Q en W kan worden verduidelijkt door het invoeren van de zgn. *physische ruimte* en van de zgn. *physische tijd.*

Dit hier nog eens in het kort beschreven schema blijkt nu met volledig succes te kunnen worden toegepast op de leer van den grieksen wijsgeer PARMENIDES van Elea (ca 475), die we vooral kennen uit de ons overgeleverde fragmenten van het door hem geschreven leerdicht.

Dit werk bestaat uit twee delen, waarvan het eerste de „waarheid", het tweede de „meningen der stervelingen" bevat.

Het eerste deel bevat, naast gedeelten van polemische strekking, de hoofdstellingen van PARMENIDES' systeem P; deze stellingen luiden: het zijnde is, en het is onmogelijk, dat het niet is; het niet zijnde is niet en het is noodzakelijk, dat het niet is; het is niet ontstaan en onvergankelijk, ondeelbaar en continu.

Wat precies met deze merkwaardige uitspraken bedoeld is, behoeft hier niet te worden onderzocht.

Het systeem *W* vinden we, naast andere bestanddelen, in het tweede deel van het leerdicht.

PARMENIDES kent ook reeds een configuratie-ruimte; het is de *bol*, die hij beschouwt als het zichtbare symbool van het Zijnde in zijn onveranderlijkheid, zijn continuïteit, zijn eenheid en zijn ondeelbaarheid.

Tussen de systemen *P* en *W* kon PARMENIDES geen verband leggen; hij kenmerkte daarom ook de waarnemingsresultaten als „mening", in tegenstelling tot de in het systeem *P* belichaamde „waarheid". Dat PARMENIDES de waargenomen verschijnselen, i.h.b. de bewegingsverschijnselen, onverklaard liet, is van den beginne aan een ernstige grief tegen zijn systeem geweest.

Of PARMENIDES ook een systeem *M*, een logische syntaxis, heeft ontwikkeld, blijkt uit zijn leerdicht niet. Sommige onderzoekers nemen echter aan, dat dit wel het geval is geweest; zij onderstellen, dat het leerdicht een samenvattend overzicht van PARMENIDES' leer is, bestemd om door zijn leerlingen gememoriseerd en door mondeling onderricht aangevuld te worden. Er kan echter geen twijfel aan zijn, wat het systeem *M* is, dat aan zijn systeem *P* beantwoordt: het is de tweewaardige, zgn. klassieke of aristoteliaanse, hier als eleatisch aan te duiden, logica; duidelijk is ook, dat PARMENIDES zijn best doet, zich strict aan de regels van deze logica te houden. Begrijpelijk is, dat de philosophen na PARMENIDES trachtten, zijn systeem, met behoud van de grondgedachte, in dier voege te herzien, dat het een verklaring van de waargenomen verschijnselen mogelijk zou maken; men spreekt in dit verband, met een aan PLATO toegeschreven zinswending, van het σώζειν τα φαινόμενα, het „redden van de verschijnselen".

LEUCIPPUS en DEMOCRITUS (ca 425) vervangen te dien einde PARMENIDES' configuratieruimte door de configuratieruimte, die voor het mechanicisme kenmerkend zou blijven: de lege drie-dimensionale ruimte met de zich daarin voortbewegende harde en veerkrachtige atomen. Deze configuratieruimte is een nabootsing van de aanschouwingsruimte; aan haar gelijkenis met deze laatste dankt het mechanicisme zijn aantrek-

kelijkheid en zijn explicatieve kracht. Slechts aan deze configuratieruimte komt volgens DEMOCRITUS objectieve werkelijkheid toe; het geloof aan de realiteit van de waarneembare dingen en kwaliteiten berust volgens hem slechts op een algemeen gangbare, maar niet redelijk gefundeerde opvatting. „Zoet en bitter, warm en koud bestaan slechts volgens de gangbare mening, in werkelijkheid zijn er slechts de atomen en het lege."

De grote vernieuwing van de leer van PARMENIDES door LEUCIPPUS bestond in de aanvaarding van de realiteit van de lege ruimte, die voor PARMENIDES het toonbeeld van het niet-zijnde was geweest. LEUCIPPUS was van mening, dat het zijnde (de atomen) niets werkelijker was dan het niets (de lege ruimte), en dat zij beide gelijkelijk de grond waren voor het ontstaan van de dingen.

PLATO (427—348) heeft zich, zoals men en meer gaat inzien, op het gebied van de natuurphilosophie nauw bij DEMOCRITUS aangesloten. Zo neemt hij in het zevende boek van de *Staat* diens onderscheiding van configuratieruimte en waarnemingswereld over. Hij zegt daar, dat de sterren, die de hemel tooien, hoe schoon ook, toch maar waarneembare dingen zijn, en dus ver achterstaan bij de schoonheid van de werkelijke snelheid en de werkelijke langzaamheid in haar ware getalwaarde en haar ware meetkundige vormen en van de bewegingen, die deze aan de dingen meedelen; deze schoonheid wordt slechts door het verstand, niet door het oog gevat. Hij verlangt dan ook, dat de astronomen de waarneembare hemelverschijnselen niet anders zullen beschouwen dan de meetkundige een figuur, ook al zou deze door den grootsten kunstenaar zijn getekend, dus als een *beeld* van de onwaarneembare, intelligibele hemel.

Het naar aanleiding van dergelijke opvattingen wel tot PLATO gerichte verwijt, dat hij de betekenis van de mathematische deductie voor de natuurwetenschap zou hebben overschat en het belang van de waarneming der natuurverschijnselen zou hebben miskend, treft niet hem, maar alleen zijn minder geniale volgelingen. Vergeten wij niet, dat het PLATO is geweest, die de eis van een herleiding van de waargenomen

bewegingen van de planeten tot eenparige cirkelbewegingen heeft gesteld en daardoor waarschijnlijk meer dan iemand anders heeft bijgedragen tot de ontwikkeling van de mathematische natuurwetenschap. De invloed van PLATO'S natuurphilosophie op KEPLER is te algemeen bekend, om daarover meer te zeggen.

Een aan de atoomphysica ontleend voorbeeld kan PLATO'S opvatting nog duidelijker maken. Aan een WILSON-photo, als in fig. weergegeven, is niets moois of interessants; ze wordt pas interessant, als men haar beschouwt in het licht van een bepaalde theorie. De positivistische opvatting van de natuurwetenschap is dan ook niet houdbaar, als men haar uitlegt in die zin, dat het leidend motief bij de opbouw van de wetenschap te vinden zou zijn in het streven, van de waargenomen verschijnselen de eenvoudigste „beschrijving" te geven; houdbaar is ze slechts in deze zin, dat de enige maatstaf voor de *juistheid* van een natuurwetenschappelijke theorie te vinden is in haar overeenstemming met de waarnemingsfeiten.

Zijn diepste natuurphilosophische gedachten heeft PLATO neergelegd in een rede *Over het Goede,* die hij op het laatst van zijn leven heeft gehouden, en waarvan ons, naar het schijnt, door SEXTUS EMPIRICUS een uittreksel is overgeleverd. Ook hier neemt PLATO de opvatting van PARMENIDES en DEMOCRITUS over, dat het waarneembare zijn verklaring moet vinden in het niet-waarneembare. LEUCIPPUS en DEMOCRITUS (en ook ANAXAGORAS en de megarici) menen nu te kunnen volstaan met het aanvoeren van ruimtelijke verklaringsbeginselen. PLATO daarentegen wil het ruimtelijke nog weer herleiden tot een niet-ruimtelijk verklaringsbeginsel, en wel tot het *getal.* Hoewel hij deze zgn. *theorie der idee-getallen* (waarvan ook ARISTOTELES melding maakt) niet in bijzonderheden heeft uitgewerkt en daarvan dus ook geen bevruchtende invloed kon uitgaan — bij PLATO'S leerlingen vinden we slechts dorre getallenspeculatie —, is ze van principieel belang, omdat hier voor het eerst radicaal wordt gebroken met de ook nu nog telkens weer aan de verklaringsbeginselen gestelde eis van aanschouwelijkheid.

ARISTOTELES van Stagira (384—322), PLATO'S grootste

leerling, wijkt op natuurphilosophisch gebied sterk af van zijn leermeester. Fel bestrijdt hij den χωρισμός, het aanvaarden van een van de waarneembare realiteit gescheiden configuratieruimte als grondslag voor de verklaring van de verschijnselen. De verklaringsbeginselen kunnen in zulk een configuratieruimte niet worden gevonden, men moet ze zoeken in de waarneembare realiteit zèlf, waaruit ze langs de weg der inductie kunnen worden verkregen; deze opvatting houdt nauw verband met de reeds besproken νοῦ -leer.

Op de ongewenste consequenties, waartoe deze opvatting leidde, heb ik al in hoofdstuk I gewezen. Een reden te meer, om nu ook de lichtzijde van de aristoteliaanse natuurphilosophie onder de aandacht van den lezer te brengen.

DEMOCRITUS en PLATO hadden gemeend, op de door PARMENIDES gelegde grondslag een systeem van natuurverklaring te kunnen opbouwen, door middel van een aanpassing van de door den Eleaat ingevoerde configuratieruimte aan de behoeften van de natuurwetenschap.

ARISTOTELES heeft echter ingezien, dat het euvel in PARMENIDES' systeem dieper lag, dan DEMOCRITUS en PLATO meenden; niet de keuze van de configuratieruimte, maar de logische syntaxis van PARMENIDES' systeem maakte een verklaring van het verschijnsel der verandering onmogelijk.

PARMENIDES erkende slechts bouwstenen van de vorm: *A is B, A is niet B*. Onderstel nu eens, dat het object *A* „verandert", d.w.z. het kenmerk *B* eerst wèl, daarna niet vertoont. Een rationele verklaring van dit verschijnsel zal dan hierin bestaan, dat men uit de praemisse *A is B* de conclusie *A is niet B* deduceert; we onderstellen een ogenblik, dat zulk een verklaring, dus de bedoelde deductie, mogelijk is.

Aanvaardt men nu het principium identitatis, dan is uit de praemisse *A is B* ook de gevolgtrekking *A is B* mogelijk. We vinden dus de beide onderling tegenstrijdige conclusies *A is B* en *A is niet B*. Daarmee is echter het principium contradictionis overtreden, dat door PARMENIDES evenzeer als het principium identitatis werd aanvaard. Derhalve is een rationele verklaring van het verschijnsel der verandering niet mogelijk.

ARISTOTELES begint nu zijn herziening van het stelsel van

PARMENIDES met een uitbreiding van de logische syntaxis. In plaats van twee vormen van bouwstenen kent hij er zes: *A is noodzakelijk B, A is mogelijkerwijs B, A is feitelijk B, het is onmogelijk, dat A B is, A is mogelijkerwijs niet B, A is feitelijk niet B.*

In verband met deze uitbreiding van het aantal vormen van bouwstenen wordt nu ook een aantal nieuwe deductieregels toegevoegd; zo is *A is mogelijkerwijs B* een gevolgtrekking uit *A is feitelijk B (ab esse ad posse valet consequentia).*

Na deze herziening van de logische syntaxis houdt het zoeven vermelde (in wezen reeds door PARMENIDES aangevoerde) argument tegen de mogelijkheid van een rationele verklaring van de verandering niet langer steek. Het is dus nu verantwoord, te trachten, zulk een verklaring te vinden.

Als verklaringsbeginselen voert ARISTOTELES de vier reeds genoemde ἀρχαί in: stof, vorm, (werk-) oorzaak en doel. Hoe hij zijn natuurverklaring op de grondslag van deze beginselen ontwikkelt, behoeft hier niet te worden uiteengezet. Op de grote bezwaren tegen de peripatetische natuurphilosophie werd in hoofdstuk I al ingegaan. Vermeld worde, dat de discussie van deze beginselen een van de voornaamste onderwerpen uit ARISTOTELES' metaphysica vormt.

Hier moet echter nog eens worden gewezen op de genialiteit van ARISTOTELES' visie op het eleatisch probleem. Scherp heeft de Stagiriet gezien, welk gebrek het systeem van PARMENIDES aankleefde: de logische syntaxis van dit stelsel beantwoordde niet aan de eis, die de natuurverklaring stelt.

Opvallend zijn nu de doelbewustheid en de consequentie, waarmee hij de gestelde taak: het ontwerpen van een tegen de aan haar gestelde eisen opgewassen logische syntaxis, ten uitvoer legt. Deze qualiteiten vallen nog meer in het oog, wanneer men let op de wijze waarop veel later een van de zijne afwijkende oplossing van dit probleem tot stand is gekomen.

Trachten wij echter eerst de vraag te beantwoorden, in hoeverre de door ARISTOTELES opgestelde logische syntaxis beantwoordt aan haar taak. Beschouwen wij de door den Stagiriet ingevoerde bouwstenen, dan blijkt aanstonds, dat deze geheel is toegespitst op het beschrijven van qualitatieve ver-

anderingen. Daaruit vloeit voort, dat de op de grondslag van deze syntaxis opgebouwde natuurwetenschappelijke theorieën ook slechts een qualitatief karakter zullen kunnen bezitten.

Dit qualitatief karakter van de peripatetische natuurbeschouwing is nu ook, als bekend, het eerste wat den modernen natuuronderzoeker opvalt. Daarom verdient het alle aandacht, dat het verschil tussen de peripatetische qualitatieve en de moderne quantitatieve natuurbeschouwing in laatste instantie kan worden herleid tot een verschil in logische syntaxis.

Ook de Oudheid heeft weliswaar, zoals we in hoofdstuk I hebben gezien, vooral op het gebied van de astronomie, wel degelijk quantitatieve beschouwing van de natuurverschijnselen gekend. Dat deze nooit is kunnen uitgroeien tot een causale natuurverklaring, vindt zijn logisch-technische grond in de omstandigheid, dat een aan de eisen van de quantitatieve natuurbeschouwing beantwoordende logische syntaxis nimmer is ontwikkeld; men beschikte, om het anders uit te drukken, in de Oudheid niet over een passend systeem van deductiemiddelen.

Het is nu interessant te zien, dat de nieuwere ontwikkeling van de natuurwetenschap, die gekenmerkt wordt door het zoeken naar een natuurbeschouwing, die de aardse en de hemelverschijnselen onder één gezichtspunt verenigt, en die dus tegelijk quantitatief èn causaal verklarend moet zijn, van het begin af met het zoeken naar nieuwe, passende deductiemiddelen gepaard is gegaan.

Bijzonder karakteristieke voorbeelden daarvan vinden we in de laat-scholastieke theorie van de *latitudo formarum,* die streeft naar een fundering van de meting van qualiteiten.

De geschiedenis van deze theorie is geschreven door Pierre DUHEM [3] (moeilijk toegankelijk) en op diens voetspoor door E. J. DIJKSTERHUIS [1]; enkele correcties en aanvullingen zijn gegeven door P. HOENEN [1].

De oorsprong van de theorie van de latitudo formarum moet men zoeken in de reeds door ARISTOTELES gestelde vraag, hoe men zich de versterking en de verzwakking (ἐπίδοσις, ἐπίσαδις, *intensio* opp. ἄνεσις, *remissio*) der qualiteiten moet denken; deze vraag heeft na hem ook de stoïcijnen en de neo-

platonici, met name PLOTINUS, bezig gehouden. SIMPLICIUS vermeldt dan ook reeds vier verschillende antwoorden op de door ARISTOTELES gestelde vraag.

In de middeleeuwen kwam deze vraag opnieuw aan de orde. Men kan bij de scholastieken in eerste aanleg drieërlei opvatting onderscheiden.

Volgens THOMAS VAN AQUINO groeit de qualiteit, door dat ze meer tot de volmaaktheid nadert: „caritas essentialiter augetur".

AEGIDIUS ROMANUS daarentegen is van mening, dat niet de qualiteit zelf groeit, maar dat de mate toeneemt, waarin één of ander ding aan de qualiteit deel heeft; dus verandert niet de essentie, maar de existentie van de qualiteit.

Volgens een i.h.b. door Walter BURLEIGH verdedigde opvatting is elke qualiteit zowel in haar essentie als in haar existentie ondubbelzinnig bepaald. Wat beschouwd wordt als verschillende graden of intensiteiten van eenzelfde qualiteit zijn in werkelijkheid verschillende qualiteiten.

De eerste en de tweede opvatting staan nu toe, een analogie aan te nemen tussen qualiteiten en (continue) quantiteiten. ALBERTUS MAGNUS en BONAVENTURA zijn aanhangers van de eerste opvatting, aanvaarden zelfs de door den Stagiriet verworpen mening, dat een qualiteit zou groeien, doordat er een soortgelijke qualiteit aan wordt toegevoegd: „concedo autem simpliciter, quod augetur charitas per additionem essentiae ad essentiam", schrijft de eerste; de tweede stelt naast de gewone quantiteit of „quantitas molis" de graad van een qualiteit als „quantitas virtutis". Hoewel nu THOMAS VAN AQUINO op het voetspoor van ARISTOTELES de mening van ALBERTUS en van BONAVONTURA verwerpt, legt ook hij de nadruk op de analogie tussen „quantitas virtutis" en continue grootheid; RICHARD VAN MIDDLETON, DUNS SCOTUS, JOHANNES VAN BASSOLIS en WILLIAM OCCAM daarentegen zijn ALBERTUS gevolgd.

Gelijkwaardig met de term „quantitas virtutis" is de terminus „latitudo", die als πλάτος reeds bij SIMPLICIUS voorkomt en door hem zowel in de zin van de eerste als van de tweede opvatting wordt gebruikt; in de middeleeuwen wordt hij vooral door de aanhangers van de tweede opvatting gebezigd.

Gaat men van de tweede opvatting uit, dan is de latitudo een symptoom van de mate, in welke een ding aan een qualiteit deel heeft. Het verband tussen latitudo en qualiteit is dus volgens deze opvatting tamelijk verwijderd. Dit heeft er nu toe geleid, dat haar aanhangers het onderscheid tussen latitudo of quantitas virtutis en quantitas molis — verg. de o.a. bij KANT voorkomende onderscheiding tussen intensieve en extensieve grootheden — geheel buiten beschouwing lieten en met latitudines opereerden, alsof het gewone grootheden waren. Zo beschouwt GREGORIUS VAN RIMINI (1344) een latitudo, die het dubbele is van een andere, hij spreekt over de snelheid, waarmee een latitudo verandert, hij onderscheidt zelfs eenparige en niet-eenparige intensio en remissio; d.w.z. hij behandelt de qualitatieve verandering geheel en al op dezelfde wijze als de toename of afname van een grootheid en als de beweging.

Deze denkbeelden zijn o.a. verder ontwikkeld door de oxfordse scholastieken WILLIAM HEYTESBURY, JOHN VAN DUMBLETON, en SUISSET of SWINESHEAD, den „calculator".

Zeer grote verdiensten heeft echter de fransman Nicole ORESME (ca 1323—1382), bisschop van Lisieux, verworven; hij heeft een grafische behandeling van de niet-eenparige qualiteitsverandering gegeven en i.h.b. voor de eenparig veranderlijke qualiteitsverandering de regel, die wij thans zouden voorstellen in de vorm

$$y_2 - y_1 = (x_2 - x_1)\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

aldus geformuleerd: *Omnis quantitas uniformiter difformis est tanta, quanta qualitas eiusdem subjecti secundum gradum puncti medii.*

Deze onderzoekingen over de latitudo formarum zijn ten dele eeuwenlang bekend gebleven. Het werk van HEYTESBURY en SWINESHEAD werd nog in de 16e en de 17e eeuw bestudeerd. Men moet dan ook met DUHEM aannemen, dat er continuïteit bestaat tussen de middeleeuwen theorie van de latitudo formarum en de mathematische methode van natuur-

onderzoek, die door de invloed van GALILEI en KEPLER ingang had gevonden.

Met het eindresultaat van deze ontwikkeling, de logische syntaxis van de newtoniaanse mechanica en van de klassieke physica, hebben we in hoofdstuk IV al kennis gemaakt. Deze logische syntaxis omvat als deductiemiddelen, behalve de „eleatische", *tweewaardige, logica,* de *infinitesimaalrekening.*

Deze newtoniaanse logica is dus een uitbreiding van de eleatische, vergelijkbaar met, maar afwijkend van, de aristoteliaanse.

Ook de newtoniaanse logica ontzenuwt dus het door PARMENIDES aangevoerde argument tegen de mogelijkheid van een rationele verklaring van de verandering. Ze staat derhalve als een concurrerend systeem naast en tegenover de aristoteliaanse logica.

De ontwikkeling van de natuurwetenschap heeft de superioriteit van het newtoniaanse systeem — dat thans plaats heeft moeten maken voor dat van de quantummechanica — op zo afdoende wijze bewezen, dat daarover niets naders behoeft te worden gezegd.

Wel moet nog even worden ingegaan op de wijze, waarop de newtoniaanse logica de aristoteliaanse heeft verdrongen.

De aristoteliaanse logica is — tenzij alle historische gegevens ons bedriegen — doelbewust opgebouwd door één enkelen denker en door hem in haar verschillende aspecten op meesterlijke wijze belicht. De newtoniaanse daarentegen is de vrucht van een moeizaam ontwikkelingsproces, dat meer dan één eeuw in beslag heeft genomen; daarvoor zijn twee oorzaken aan te wijzen.

Ten eerste is de newtoniaanse logica zeer gecompliceerd. Om haar met volledig begrip te kunnen hanteren, moet men althans de beginselen van de infinitesimaalrekening kennen. Het behoeft ons dan ook niet te verwonderen, dat de eerste pogingen tot het leveren van een quantitatieve analyse van de verandering bij de meesters van Parijs spoedig leidden tot het optreden van wiskundige overwegingen, die reeds zeer dicht staan bij de grondgedachte van de infinitesimaalrekening (ORESME). Deze grondgedachte was weliswaar ook in de

Oudheid niet onbekend (ZENO, EUDOXUS, ARCHIMEDES) en was zelfs oorspronkelijk opgeworpen naar aanleiding van het bekend worden van de paradoxen, waartoe de eerste pogingen tot rationele verklaring van de verandering aanleiding hadden gegeven, maar ze was spoedig van de analyse van de verandering losgemaakt; waarschijnlijk komt hierin de invloed tot uiting van ARISTOTELES, die het qualitatief aspect van de verandering ten koste van haar quantitatief aspect naar voren bracht.

Ten tweede behoefde de aristoteliaanse logica bij haar optreden geen concurrent van vergelijkbaar kaliber te verdringen, terwijl de newtoniaanse logica bij haar eerste optreden de aristoteliaanse logica tegenover zich vond, die toen de onbetwiste heerschappij voerde over bijna alle wetenschappen. Alleen de wiskunde, door zich volgens de door PLATO gestelde eisen van het onderzoek van de verandering te onthouden, en de astronomie, door van haar causale verklaring af te zien, hadden zich van haar invloed vrij weten te houden.

De theologie en haar dienstmaagd, de metaphysica, waren echter geheel van modaliteit doortrokken. Van de van nature conservatieve theologie vooral ging de oppositie uit tegen het streven, de aristoteliaanse logica te vervangen door de newtoniaanse. Men heeft deze vervanging dan ook enkel en alleen kunnen doorzetten, door de physica geheel los te maken van de wijsbegeerte. Tegelijk werd de reeds door ARISTOTELES (anal. post. I, 13) en door POSIDONIUS (zie blz. 22) vermelde verdeling van de natuurwetenschap in een beschrijvend en een causaal verklarend gedeelte, waarvan slechts het tweede van de aristoteliaanse logica gebruik maakte, ongedaan gemaakt.

De theologie en het overblijvende deel van de wijsbegeerte zijn tot de huidige dag de aristoteliaanse logica trouw gebleven. Men denke b.v. aan de betekenis van de modaliteitskategorieën voor de kantiaanse en de neokantiaanse philosophie.

Hier hebben we nu tegelijk de diepste oorzaak voor de sinds ongeveer 200 jaar bestaande vervreemding tussen wijsbegeerte en natuurwetenschap. Deze takken van wetenschap bedienen

zich sinds enkele eeuwen van verschillende systemen van logische syntaxis; in de wijsbegeerte past men de aristoteliaanse, in de natuurwetenschap de newtoniaanse deductieregels toe. Is het onder die omstandigheden niet begrijpelijk, dat de filosoof door een natuurwetenschappelijk, de natuuronderzoeker door een wijsgerig, betoog niet pleegt te worden bevredigd?

De juistheid van deze gedachtengang wordt nu door verschillende omstandigheden bevestigd. Ten eerste noem ik het voortbestaan van de aristoteliaanse natuurwetenschap als „natuurphilosophie". Ook de wijsbegeerte en de theologie moeten van tijd tot tijd positie kiezen ten aanzien van bepaalde fundamentele natuurwetenschappelijke problemen; men denke aan de vraagstukken, die verband houden met de schepping en de instandhouding van het heelal, de verhouding van lichaam en ziel, van natuurcausaliteit en wilsvrijheid, het dogma der transsubstantiatie. Het is duidelijk, dat ze de voorkeur zullen geven aan een behandeling van die problemen met behulp van de deductiemiddelen, die ze zelf ook toepassen. Zulk een behandeling vindt men echter niet in de moderne natuurwetenschap, maar wel in de aristoteliaanse, vandaar dat deze zich als hulpwetenschap van theologie en wijsbegeerte heeft kunnen handhaven.

Het voortbestaan van de aristoteliaanse natuurwetenschap als natuurphilosophie vindt zijn tegenhanger in het optreden van wijsgerige systemen, die zich van de newtoniaanse logica bedienen; dit is de tweede omstandigheid, die ik ter staving van mijn opvatting wil aanvoeren. Karakteristieke voorbeelden daarvan zijn het cartesianisme, het materialisme en het positivisme. Deze drie systemen komen daarin overeen, dat ze zich van de newtoniaanse logica bedienen en zich daardoor nauw aansluiten bij de klassieke natuurwetenschap.

Ten derde noem ik de pogingen tot bemiddeling tussen de aristoteliaanse en newtoniaanse logica, waaraan vooral de duitse wijsbegeerte rijk is.

Het meest subtiel is wel de poging van G. W. LEIBNIZ (1648—1716). LEIBNIZ vertaalt verschillende aristoteliaanse grondbegrippen in newtoniaanse termen. Ik noem daaronder

in de eerste plaats de modale grondbegrippen (mogelijk, feitelijk; noodzakelijk) en vooral de *teleologie*.

Volgens LEIBNIZ vormen bij aanvaarding van de newtoniaanse logica de zgn. variatieprincipes het correlaat van de aristoteliaanse teleologie. Deze opvatting ligt enerzijds ten grondslag aan LEIBNIZ' *optimisme*, en heeft anderzijds de stoot gegeven tot het streven, de natuurwetten als variatiebeginselen te formuleren. In LEIBNIZ' tijd was alleen het *beginsel van de kortste lichtweg* (HERON, FERMAT) bekend; onder zijn invloed schijnt echter het *beginsel van de kleinste actie* te zijn opgesteld en wel in onvolkomen vorm door MAUPERTUIS (1744), in zijn definitieve vorm door LAGRANGE (1788); zie P. BRUNET [1].

Uit het bestaan van dit beginsel kunnen we een belangrijke gevolgtrekking maken. In de aristoteliaanse natuurwetenschap zijn werkoorzaak en doeloorzaak twe verschillende beginselen, die elkaar niet kunnen vervangen en die dus geen van beide gemist kunnen worden. In de newtoniaanse natuurwetenschap daarentegen zijn werkoorzaak en doeloorzaak gelijkwaardige beginselen, waarvan men er maar één behoeft aan te nemen; het andere vloeit dan daaruit voort.

Gewoonlijk plaatst men het beginsel van de werkoorzaak op de voorgrond; men komt dan tot de eenvoudige deductieregel $D_N 7$). Dit leidt tot telkens weer gehoorde verwijten, waarop nu niet behoeft te worden ingegaan.

Men kan echter even goed de finaliteit naar voren brengen en doet dit, door de natuurwetten in de vorm van variatiebeginselen te formuleren. Deze wijze van formuleren van de natuurwetten heeft in de jongste tijd grote betekenis gekregen, doordat ze automatisch onafhankelijk is van het gekozen assenstelsel.

Het inzicht nu, dat het mogelijk was, bij aanvaarding van de newtoniaanse logica, toch aan de grondbegrippen van de aristoteliaanse metaphysica — na herinterpretatie! — een plaats te verzekeren, maakte het LEIBNIZ en WOLF mogelijk, de traditionele eenheid van natuurwetenschap en wijsbegeerte te handhaven. Deze opvatting heeft geen ingang mogen vin-

den; zoals gewoonlijk, maakten LEIBNIZ' bemiddelingspogingen hem bij beide partijen verdacht.

KANT'S opvatting is dan ook geheel anders. KANT maakt de natuurwetenschap, die hij geheel in newtoniaanse zin opvat, los van de wijsbegeerte. In de wijsbegeerte past hij een betoogtrant toe, die sterk aan de aristoteliaanse logica is georiënteerd.

We hebben reeds gezien, dat HEGEL'S natuurphilosophie zowel aristoteliaanse als newtoniaanse elementen bevat. De logische analyse van HEGEL'S wijsbegeerte stuit, als bekend, op grote moeilijkheden; voorzover echter van een aan vaste deductieregels georiënteerde betoogtrant kan worden gesproken, herinnert deze het meest aan de aristoteliaanse logica.

Het is hier de plaats, om nogmaals terug te komen op de denkbeelden van HOENEN. HOENEN verwijt de mechanicistische klassieke physica, dat zij zich van de door LEUCIPPUS en DEMOCRITUS ingevoerde configuratieruimte bedient. Hij laat verder zien, dat de resultaten van de klassieke physica ook zonder een beroep op deze configuratieruimte kunnen worden verkregen, en dat de nieuwste, quantumtheoretische, physica van deze configuratieruimte geen gebruik maakte. Hij concludeert hieruit, dat er tussen de nieuwere (klassieke en quantumtheoretische) physica en de aristoteliaanse metaphysica geen principiële tegenstelling bestaat, en het dus mogelijk is, de beginselen van de nieuwere physica als specificaties van de beginselen van de aristoteliaanse metaphysica op te vatten.

In het bovenstaande is echter m.i. genoegzaam gebleken, dat het grote verschil tussen de nieuwere physica en de aristoteliaanse metaphysica niet is gelegen in het al of niet aanvaarden van de mechanicistische configuratieruimte, maar in de logische syntaxis. De logische syntaxis, die in de aristoteliaanse metaphysica is voorondersteld, stemt niet overeen met de newtoniaanse en met de quantummechanische logica. Deze omstandigheid nu maakt m.i. de ten uitvoerlegging van het door HOENEN opgestelde programma onmogelijk.

Een welkome illustratie van het onderscheid tussen de beide bedoelde systemen levert de volgende passage (HOENEN [2], blz. 423).

„Een der conclusies uit de moderne theorieën en experimenten wordt, soms met veel emphase, naar voren gebracht: men spreekt van omzetting van materie (electronen en positronen) in energie (b.v. een photon) en omgekeerd, van energie (zelfs van kinetische) in materie. En, blijkens de sterke uitdrukkingen, die men gebruikt... bedoelt men: omzetting van substanties in een accidens en omgekeerd. Dat is niet enkel sterk, dat is absurd ... het is ... als het zich verenigen van twee kiezen (die dan verdwijnen) tot één kiespijn (... van een derde) en omgekeerd, het splitsen van één kiespijn in twee kiezen. Ook dàt is sterk; maar als een theorie tot dergelijke conclusies leidt, is zij natuurlijk veroordeeld."

Dit argument houdt geen steek. De onderscheiding van substantie en accidens behoort tot de aristoteliaanse, niet tot de newtoniaanse of de quantumtheoretische, logica, en alleen de door deze laatste geleverde maatstaven kunnen aan de door HOENEN gewraakte conclusie worden aangelegd.

Het bestaan van twee (thans drie) verschillende systemen van logische syntaxis, waarvan één in de natuurkundige en de technische wetenschappen, één in de theologie, de wijsbegeerte en de rechtswetenschap, pleegt te worden toegepast, is de voornaamste (niet de enige) grond voor het onderscheiden van natuur- en geesteswetenschappen (β- en α-vakken) en heeft ernstige gevolgen voor de eenheid van onze wetenschappelijke beschaving.

Een physicus kan zich zeer gemakkelijk op chemisch of electrotechnisch terrein oriënteren; begeeft hij zich op wijsgerig of theologisch gebied, dan ontmoet hij aanstonds de grootste moeilijkheden. Een philosoof beweegt zich zonder grote moeilijkheden op theologisch of juridisch terrein, maar voelt zich in de natuurwetenschappen van nature weinig thuis.

De in het bovenstaande (blz. 146) besproken pogingen, de kloof tussen de beide zojuist bedoelde wetenschappen te overbruggen, hebben niet tot bevredigende resultaten geleid. Is er wellicht een ander middel, dat een inniger verstandhouding tussen de zgn. geestes- en de zgn. natuurwetenschappen in de hand zou kunnen werken?

Zulk een middel zie ik inderdaad; het kan worden gevonden in de combinatie van *logisch onderzoek* en *logische vorming*.

De student in een of andere tak van wetenschap pleegt haar logische syntaxis uitsluitend langs de weg der gewoontevorming te leren kennen. Hij verwerft op die wijze slechts intuïtieve kennis van deze logische syntaxis, d.w.z. kennis, die hij wel in toepassing weet te brengen, maar die hij niet zou kunnen formuleren. Voor de normale wetenschappelijke arbeid is deze intuïtieve beheersing van de logische syntaxis der beoefende wetenschap voldoende. Anders wordt het, wanneer de beoefenaar van één tak van wetenschap overgaat naar een andere met afwijkende logische syntaxis.

Dan doet zich hetzelfde verschijnsel voor, dat men ook bij het aanleren van talen kan opmerken. Zijn eigen taal kan men zonder enige kennis van haar grammatica voortreffelijk beheersen. Het aanleren van een vreemde taal wordt echter zeer veel vergemakkelijkt, wanneer men zich vooraf enige kennis van de grammatica èn van de eigen èn van de vreemde taal verwerft. Deze kennis behoeft volstrekt niet zo heel omvangrijk te zijn. Wanneer men alleen maar weet, dat er zoiets als grammatica *is*, dat, m.a.w., het correct gebruik van een taal beheerst wordt door bepaalde regels, en verder, dat deze regels van taal tot taal uiteenlopen, dan zal men daar reeds zeer veel nut van hebben.

Zo zal de physicus, die zich op theologisch terrein gaat bewegen, er zeer veel mee geholpen zijn, als hij op de hoogte is van het bestaan van syntactische regels, die het wetenschappelijk betoog beheersen, en weet, dat die regels niet voor alle wetenschappen dezelfde zijn, zodat een theologische redenering niet naar dezelfde maatstaf kan worden beoordeeld als een natuurkundige.

Beter nog is het natuurlijk, als hij de voornaamste in de natuurwetenschap, resp. in de theologie, toegepaste deductiemiddelen kent, en er over ingelicht is, *welke* in de natuurwetenschap toegepaste redeneerwijzen in de theologie niet worden aanvaard, en omgekeerd.

M.i. zal dus logische vorming van de beoefenaars der onder-

scheiden wetenschappen kunnen leiden tot het verdwijnen van het specialisme, het vakchauvinisme en de eenzijdigheid, waarover men zo vaak hoort klagen. De specialisering, het zich in het bijzonder toeleggen op een bijzondere tak van wetenschap, waarin men productief werkzaam is, zal natuurlijk niet verdwijnen en kan ook niet worden gemist. Maar wel zal het den onderzoeker mogelijk worden, zich een zelfstandig oordeel te vormen over problemen, die niet behoren tot die tak van wetenschap, waarin hij zich heeft gespecialiseerd.

De logische vorming, op welker nut ik hier heb gewezen, vooronderstelt natuurlijk de resultaten van het logisch onderzoek. Logisch onderzoek, dat aan de hedendaagse eisen beantwoordt, is echter tot nu toe slechts voor weinig wetenschappen verricht. Over de logische syntaxis van de wiskunde is verreweg het meeste bekend. De studie van de logische syntaxis der klassieke en der quantumtheoretische natuurkunde is van veel jonger datum, maar heeft, zoals in het bovenstaande moge zijn gebleken, reeds opmerkelijke resultaten opgeleverd.

Van de syntaxis der overige wetenschappen echter is weinig méér bekend, dan er in dit hoofdstuk van is meegedeeld. Hier ligt dus nog een zeer groot terrein open voor het logisch onderzoek; de verwachting is echter gewettigd, dat ook hier de bij de logische analyse van wiskunde en natuurkunde gebezigde methoden zullen kunnen worden toegepast.

Daarom is, in afwachting van meer volledige gegevens omtrent de logische syntaxis van de tot nu toe slechts oppervlakkig onderzochte wetenschappen, de kennis van deze methoden en van de voornaamste ermee bereikte resultaten ook nu reeds voor elken beoefenaar der wetenschap van belang.

Ik keer nog even terug tot de bespreking van de onderlinge verhouding van de eleatische, de aristoteliaanse en de newtoniaanse logica. We hebben al gezien, dat de aristoteliaanse en de newtoniaanse logica als verschillende uitbreidingen van de eleatische logica kunnen worden opgevat.

Nu beantwoordt aan elk logisch systeem, zoals we in hoofdstuk II hebben gezien, een systeem van *tautologieën* of *logische*

identiteiten. We vragen naar de systemen van logische identiteiten, die aan de drie genoemde logische systemen beantwoorden.

Aan de eleatische logica beantwoordt een systeem van logische identiteiten, dat gevoeglijk als *eleatische ontologie* kan worden aangeduid. Dit systeem is, in een meer verfijnde vorm, het voornaamste voorwerp van onderzoek van de logistici geweest en is dus bijzonder goed bekend. FREGE en RUSSELL hebben zelfs de opvatting verdedigd, dat dit systeem de gehele wiskunde zou omvatten, maar zijn er niet in geslaagd, de juistheid van deze opvatting op overtuigende wijze aan te tonen.

Aan de aristoteliaanse logica beantwoordt op overeenkomstige wijze de aristoteliaanse ontologie en zoals de aristoteliaanse logica de eleatische logica omvat, zo omvat de aristoteliaanse ontologie de eleatische ontologie. Daarnaast omvat ze de in de eleatische ontologie niet voorkomende leer van potentia en actus.

Aan de newtoniaanse logica beantwoordt op overeenkomstige wijze een systeem van logische identiteiten, dat ik, ter accentuering van de formele analogie, als *newtoniaanse ontologie* wil aanduiden. Dit systeem omvat, behalve de eleatische ontologie, de euclidische meetkunde, en de elementaire (reële) klassieke analyse; het is dus in grote trekken juist het systeem, waarvan RUSSELL een logische opbouw heeft trachten te geven.

Nu wordt begrijpelijk, dat men de wiskunde heeft beschouwd als een concurrent voor een wijsbegeerte, waarin de aristoteliaanse ontologie een pièce de résistence vormde. Inderdaad is de wiskunde voor de zich aan de newtoniaanse logica oriënterende wetenschappen, wat de aristoteliaanse ontologie is voor de wetenschappen, die zich van de aristoteliaanse logica bedienen. Ook de oppositie van vele philosofen tegen de wiskunde en tegen de mathematische natuurwetenschap verschijnt nu in een nieuw licht.

Ook de in het bovenstaande besproken pogingen tot bemiddeling tussen de aristoteliaanse en de newtoniaanse natuurwetenschap worden nu nog eens verhelderd. Zowel de eerste als de tweede erkennen de eleatische ontologie. Deze omstan-

digheid leidde er als van zelf toe, dat men naar andere aanrakingspunten ging zoeken.

Tot besluit van deze „Terugblik" moge iets worden gezegd over de vraag, of er aanleiding bestaat tot aanvaarding van de in de laatste jaren vaak uitgesproken opvatting, dat de natuurwetenschap een „crisis" zou beleven. Bedoelt men in dit verband met „crisis" een bankroet, een „Zusammenbruch der Wissenschaft", zoals DINGLER het uitdrukt, dan is deze opvatting volkomen onjuist.

Juist is deze opvatting echter, als men onder crisis verstaat de meest ingrijpende verandering, die een wetenschap kan ondergaan, nl. een wijziging van haar logische syntaxis. Zulk een crisis heeft de natuurwetenschap in de meer dan twintig eeuwen slechts driemaal doorgemaakt, en wel voor het eerst, toen ARISTOTELES de eleatische logica tot de aristoteliaanse uitbreidde, daarna bij de (langzame) verdringing van de aristoteliaanse door de newtoniaanse logica, en ten derden male omstreeks 1925, toen de quantumtheoretische logica haar intrede deed.

De bij deze gelegenheden ingevoerde vernieuwingen waren veel ingrijpender dan die, waartoe het optreden van de *veldphysica* (FARADAY-MAXWELL), de *statistische mechanica* (GIBBS, BOLTZMANN) en de *relativiteitstheorie* (EINSTEIN) aanleiding gaf. Ze betroffen immers, zoals we hebben gezien, de logische syntaxis van de natuurwetenschap.

VII. DE INTERPRETATIE VAN DE NATUURWETENSCHAPPELIJKE THEORIEËN

In het voorgaande hebben we gezien, dat een natuurwetenschappelijke theorie T kan worden opgebouwd als een algorithmus in de zin van hoofdstuk II; de structuur van een dergelijke algorithmus hebben we in hoofdstuk V vastgelegd door de opstelling van vorm- en deductieregels.

Het verband van zulk een algorithmus met de resultaten van het empirisch onderzoek hebben we evenwel nog niet aan een opzettelijke beschouwing onderworpen. Echter is het van het grootste belang, dat dit alsnog geschiedt, omdat alleen dit verband ons in staat stelt te beoordelen, of de theorie T aan de waarnemingen beantwoordt. De bedoeling van dit hoofdstuk is, te laten zien, dat men van het verband tussen een als algorithmus opgebouwde natuurkundige theorie T en de resultaten van het empirisch onderzoek op exacte wijze rekenschap kan geven door het opstellen van semantische regels, waardoor een bepaalde empirische interpretatie van de algorithmus wordt vastgelegd.

Ik onderstel daartoe, dat de resultaten van het empirisch onderzoek zijn geformuleerd door middel van uitdrukkingen van bepaalde gedaante, die ik als *empirische uitspraken* aanduid; deze empirische uitspraken vormen het systeem W, waarover ik in hoofdstuk V reeds heb gesproken. Willekeurige empirische uitspraken denk ik gemakshalve *afgekort* tot ϵ_1, ϵ_2, ϵ_3, ... en eventueel *aangeduid* als „ϵ_1", „ϵ_2", „ϵ_3", ..., willekeurige uitdrukkingen van de beschouwde natuurkundige theorie (b.v. de op blz. 111 ingevoerde uitdrukkingen van de quantumtheorie) denk ik *afgekort* tot P_1, P_2, P_3, ... en zo nodig *aangeduid* als „P_1", „P_2", „P_3", ...

De semantische regels, die de interpretatie van de be-

schouwde theorie vastleggen, zullen b.v. de volgende gedaante kunnen bezitten:

S) De uitdrukking „P_k" van de theorie T is in overeenstemming met de empirie, als ϵ_k.

Voor de formulering van deze regels gebruiken we dus de terminologie van de empirische uitspraken (de terminologie van de physische waarneming), aangevuld met enkele technische termen der semantiek.

Het expliciet opstellen van een volledig systeem van dergelijke semantische regels is een taak van zeer grote omvang, tot welker uitvoering tot nu toe nog nimmer een poging is gedaan. Voor de opbouw van zulk een systeem heeft R. CARNAP [1], § § 23—24, enkele richtlijnen aangegeven.

Natuurlijk is het hier allerminst de plaats, een poging te doen tot het opstellen van een volledig systeem van semantische regels voor één der in het bovenstaande besproken natuurkundige theorieën. Ik moet me er toe bepalen, de voornaamste punten aan te wijzen van de weg, die tot de opbouw van zulk een systeem zou kunnen leiden. Intussen geeft reeds zulk een globale bespreking van de problemen ener semantiek der natuurwetenschappelijke theorieën aanleiding tot het maken van verschillende opmerkingen, die inzicht kunnen geven in verschillende kenmerkende eigenaardigheden van de moderne physische theorieën.

We beginnen met de opmerking, dat empirische uitspraken kunnen worden opgevat als beweringen over entiteiten — *gebeurtenissen* —, die gerangschikt kunnen worden in een vier-dimensionaal continuum; het op die wijze gerangschikte systeem der gebeurtenissen duidt men aan als de *physische realiteit;* het bij de rangschikking gebruikte continuum duidt men aan als het *physisch ruimte-tijd-continuum.*

De bedoelde rangschikking van de gebeurtenissen is ons door langdurige gewoonte zó vertrouwd geworden, dat wij er gewoonlijk geen enkel probleem in zien. Bij nadere beschouwing blijkt evenwel, dat het volstrekt niet vanzelf spreekt, dat een dergelijke rangschikking mogelijk is. Het is b.v. zeer opmerkelijk, dat gebeurtenissen, door verschillende waarnemers

in hun empirische uitspraken beschreven, toch zonder ingrijpende wijzigingen tot één en hetzelfde systeem kunnen worden bijéengevoegd. Bij uitspraken van andere aard — bevelen, wensen, waarderingen — immers is een dergelijke bijeenvoeging van de door verschillende personen en zelfs van de door één persoon op verschillende tijdstippen gedane uitspraken tot één systeem in de regel uitgesloten.

Beschouwt men de bijeenvoeging van de door verschillende waarnemers beschreven gebeurtenissen uit een technisch oogpunt, dan blijkt deze tot stand te komen, doordat van tijd tot tijd door verschillende waarnemers empirische uitspraken worden gedaan, die te beschouwen zijn als beschrijving van dezelfde reeks gebeurtenissen; voorbeeld: een astronoom te Tokio en een astronoom te Johannesburg nemen waar, dat zekere ster der achtste grootte opflikkert tot een ster der vijfde grootte. Van essentiëel belang is verder, dat ook het waarnemen zelf wordt beschouwd als een gebeurtenis, die haar plaats verkrijgt in het physisch ruimte-tijd-continuum.

Dat er in de ons zo vertrouwde bijeenvoeging van de door verschillende waarnemers beschreven gebeurtenissen moeilijke problemen verscholen liggen, is vooral bij gelegenheid van de opstelling van de bijzondere en de algemene relativiteitstheorie door A. EINSTEIN duidelijk aan het licht getreden.

Vóór de opstelling van deze theorie beriep men zich bij de bedoelde bijeenvoeging op de door NEWTON ingevoerde onderstelling van het bestaan van een *absolute ruimte* en een *absolute tijd*; volgens deze onderstelling zou aan elke gebeurtenis een ondubbelzinnig bepaalde plaats in de absolute ruimte en een ondubbelzinnig bepaald tijdstip in de absolute tijd beantwoorden. De ruimte en de tijd, waarop een bepaalde waarnemer de gebeurtenissen betrekt, zijn slechts *relatief*. Wil men, de door den waarnemer A aan een bepaalde gebeurtenis toegeschreven relatieve plaats en tijd kennende, weten, welke relatieve plaats en tijd een waarnemer B aan die gebeurtenis toeschrijft, dan moet men eerst van A's relatieve ruimte en tijd naar de absolute ruimte en tijd, daarna van deze laatste naar B's relatieve ruimte en tijd overgaan. De verschijnselen — ik versta in het volgende onder *verschijnsel* een samenhangende

reeks van gebeurtenissen — zullen alleen dan nauwkeurig beantwoorden aan de natuurwetten, als men ze eerst tot de absolute ruimte en de absolute tijd herleidt. Volgens de mechanica van NEWTON was het echter niet mogelijk, door waarneming van bewegingsverschijnselen alléén een éénparig rechtlijnige translatiebeweging van een relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte op het spoor te komen. Volgens de theorie van het electromagnetisme van MAXWELL-HERTZ-LORENTZ zou dit wel mogelijk zijn door waarneming van bepaalde electrische en optische verschijnselen. De waarneming van bewegingsverschijnselen zou ons volgens NEWTON wèl in staat moeten stellen, een rotatiebeweging van een relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte op het spoor te komen; zo werd, als bekend, de uitslag van de slingerproef van FOUCAULT opgevat als een bewijs voor het bestaan van een rotatiebeweging van een met de aarde verbonden relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte.

Nu hadden de zojuist bedoelde waarnemingen van bepaalde electrische en optische verschijnselen bij haar uitvoering door MICHELSON, MORLEY, TROUTON, NOBLE e.a. in de jaren 1881 en vlgg. tegen de verwachting in een negatief resultaat opgeleverd; een éénparige rechtlijnige translatie-beweging van een relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte had niet alleen geen invloed op het verloop van de op die ruimte betrokken bewegingsverschijnselen, zoals reeds NEWTON en tijdgenoten onderstelden, zij deed ook geen met de voorhanden hulpmiddelen te constateren invloed op de electromagnetische en optische verschijnselen gelden. Dit leidde POINCARÉ in 1901 tot het opstellen van de hypothese, dat een éénparig rechtlijnige translatiebeweging van een relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte *geen enkele invloed* zou hebben op de op die relatieve ruimte betrokken electromagnetische verschijnselen (*speciaal relativiteitsbeginsel*).

Voorts had E. MACH reeds in 1883 bezwaar gemaakt tegen NEWTON'S opvatting, volgens welke een rotatie-beweging van een relatieve ruimte t.o.v. de absolute ruimte wèl invloed zou hebben op de op die relatieve ruimte betrokken bewegings-

verschijnselen, en in verband daarmee tegen de gebruikelijke uitleg van de slingerproef van FOUCAULT. Dit denkbeeld kreeg nieuw leven, toen A. EINSTEIN het speciale relativiteitsbeginsel uitbreidde tot het *algemene relativiteitsbeginsel:* de natuurverschijnselen beantwoorden aan algemene natuurwetten, die geldig zijn, onverschillig op welke ruimte en op welke tijd men de verschijnselen betrekt. Pas de aanvaarding van het algemene relativiteitsbeginsel maakt de natuurwetenschap onafhankelijk van de onderstelling van het bestaan van een absolute ruimte.

De onderstelling van het bestaan van een absolute ruimte en van een absolute tijd is een overblijfsel van de antieke, i.h.b. van de aristoteliaanse, natuurwetenschap. Vrijwel nimmer komt de tegenstelling tussen de peripatetische en de moderne natuurbeschouwing zo duidelijk aan het licht, als in de gevallen, dat het gezichtspunt der relativiteit ter sprake komt.

Deze tegenstelling komt wellicht het eerst tot uiting in één van de aantekeningen, die KEPLER op latere leeftijd aan zijn *Mysterium Cosmographicum* heeft toegevoegd.

„Ich bin nicht der erste, den die unnütze Frage gequält hat, warum der Tierkreis an eine *bestimmte* Stelle des Raumes versetzt worden ist, da ihm doch unendlich viele andere Lagen hätten angewiesen werden können. Ein ähnliches Problem findet sich bei Aristoteles: warum bewegen sich die Planeten in einem bestimmten Sinne, statt im entgegengesetzten? .....worauf er selbst die Antwort gibt, dass *die Natur unter den möglichen Fällen stets das Beste auswähle,* dass es aber den Himmelskörpern besser und vorzüglicher sei, sich nach vorwärts, als rückläufig zu bewegen. Eine törichte Auskunft; — denn *bevor* die Bewegung, bevor die Körper existierten, gab es keinen Unterschied des Sinns und der Richtung, gab es kein Vor- und Rückwärts" (CASSIRER [1], S. 376, alwaar nog wordt gewezen op de beschouwingen van EULER en KANT over de relativiteit van de plaats).

Is dus door KEPLER de *relativiteit van de plaats,* m.a.w., de covariantie van de natuurwetten bij een congruente afbeelding van de ruimte op zichzelf, ingezien, bij GALILEI en

DESCARTES(*Principia philosophiae,* II, 29) vinden we de stelling van de *relativiteit van de beweging.* Tegen deze stelling maakt Henry MORE in zijn brief van 5 Maart 1649 bezwaar: „Lorsque celui qui en se promenant s'éloigne de moi, qui suis assis, de l'espace de mille pas par exemple, et s'est échauffé et fatigué, et que je ne le suis pas, c'est là un signe qu'il s'est mû et que je me suis tenu en repos pendant ce temps-là." Dit argument was door DESCARTES reeds van te voren ontzenuwd; niettemin betuigt MARITAIN nog in 1939 zijn bijval!

Op de *relativiteit van de grootte,* d.w.z. de covariantie van de natuurwetten voor een gelijkvormigheidstransformatie van de ruimte in zichzelf, heeft in aansluiting bij DELBOEUF de grote denker H. POINCARÉ gewezen ([1], pp. 96 ss.): „Supposons que, dans une nuit, toutes les dimensions de l'univers deviennent mille fois plus grandes: le monde sera resté *semblable* à lui-même, en donnant au mot de *similitude* (gelijkvormigheid) le même sens qu'au troisième livre de géométrie... Quand je me réveillerai, le lendemain matin, quel sentiment éprouverai-je en présence d'une aussi étonnante transformation? Eh bien, je ne m'apercevrai de rien du tout... En réalité, ce bouleversement n'existe que pour ceux qui raisonnent comme si l'espace était absolu. Si j'ai raisonné un instant comme eux, c'est pour mieux faire voir que leur façon de voir implique contradiction. En réalité, il vaudrait mieux dire que l'espace étant relatif, il ne s'est rien passé du tout et que c'est pour cela que nous ne nous sommes aperçus de rien."

HOENEN([2], blz. 152, noot(1)) acht deze opvatting onhoudbaar.

Op de grond van deze merkwaardige oppositie tegen het gezichtspunt der relativiteit zal ik in „Aanhangsel I" op dit vraagstuk nader ingaan.

De aanvaarding van het beginsel der relativiteit stelt nu twee problemen aan de orde, nl.:

1) op welke wijze herleidt men een op zekere relatieve ruimte en relatieve tijd (we zullen voortaan zeggen: op een zeker relatief ruimte-tijd-stelsel) betrokken gebeurtenis tot een ander relatief ruimte-tijd-stelsel?

2) op welke wijze moet men de natuurwetten formuleren,

opdat zij geldig blijven bij overgang van één relatief ruimte-tijd-stelsel naar een ander?

Dit vraagstuk is op de grondslag van het speciale relativiteitsbeginsel in 1905 tegelijk door POINCARÉ en door EINSTEIN opgelost.

Volgens de speciale relativiteitstheorie zijn er onder alle denkbare ruimte-tijd-stelsels bepaalde bevoorrechte stelsels; zulk een stelsel heeft de eigenaardigheid, dat het t.o.v. de „aether" een éénparige rechtlijnige translatiebeweging uitvoert. De overgang (transformatie) van een zo'n bevoorrecht stelsel naar een ander geschiedt door toepassing van de zgn. LORENTZ-*transformatie*. De verschijnselen beantwoorden slechts aan de algemene natuurwetten, als men ze op een bevoorrecht stelsel betrekt. Deze natuurwetten zijn, wat de wetten van het electromagnetisme betreft, volkomen gelijkluidend met die van de vóór-relativistische theorie; de wetten van de mechanica van NEWTON ondergaan evenwel bepaalde wijzigingen, die echter pas tot meetbare verschillen aanleiding geven, als de lichamen, welker beweging men onderzoekt, zeer grote snelheden bezitten; door proeven met zeer snelle electronen (KAUFMANN) is een beslissing ten gunste van de relativistische mechanica verkregen.

Het onderscheid tussen de opvatting van NEWTON en die van POINCARÉ en EINSTEIN springt in het oog. Het éne absolute ruimte-tijd-stelsel heeft voor de oneindig vele bevoorrechte ruimte-tijd-stelsels plaats moeten maken. Men heeft wel eens gezegd: de absolute monarchie is vervangen door een oligarchische aristocratie.

Om in dit beeld te blijven: de aanvaarding van de algemene relativiteitstheorie betekent de invoering van de meest radicale democratie. Alle ruimte-tijd-stelsels zijn nu gelijkwaardig, bevoorrechte stelsels zijn er niet meer; in verband daarmee geschiedt dan ook de omgang van één stelsel naar een ander door middel van een transformatie van volkomen algemeen karakter.

De natuurwetten moeten dus op zodanige wijze worden geformuleerd, dat ze bij toepassing van onverschillig welke transformatie geldig blijven. Door deze eis zijn de natuurwetten

nog geenszins ondubbelzinnig bepaald. EINSTEIN stelde nu nog de tweede eis, dat de relativistische natuurwetten t.o.v. een willekeurig ruimte-tijd-stelsel zo veel mogelijk op de vóór-relativistische wetten t.o.v. het absolute ruimte-tijd-stelsel zouden lijken. Dan blijft er maar zeer weinig ruimte voor willekeur open. De door EINSTEIN opgestelde gravitatiewet wijkt enigszins af van de gravitatiewet van NEWTON, wat slechts in enkele gevallen aanleiding geeft tot het optreden van meetbare verschillen; ook hier is het resultaat van de meting voor de relativiteitstheorie gunstig uitgevallen.

Uit het bovenstaande is reeds gebleken, dat het physisch ruimte-tijd-continuum niet alleen dient voor de rangschikking van de door de waarnemers in hun empirische uitspraken geconstateerde gebeurtenissen. Het dient tegelijk als configuratieruimte voor de klassieke (macrophysische) theorieën: de mechanica, de thermodynamica, de leer van het electromagnetisme (men zou hieraan de chemie kunnen toevoegen). We herkennen hier een karaktertrek, die we reeds hebben opgemerkt in het antieke atomisme; tegenover de overeenkomst valt het verschil, dat DEMOCRITUS met een drie-dimensionale, de moderne physica met een vier-dimensionale, configuratieruimte werkt, in het niet.

De omstandigheid, dat de configuratieruimte van de macrophysische theorieën samenvalt met het physisch ruimte-tijd-continuum, vereenvoudigt de interpretatie van deze theorieën in zulk een mate, dat men er nimmer behoefte aan heeft gevoeld, de regels, volgens welke deze interpretatie geschiedt, volledig en stelselmatig op te sporen, maar zich altijd heeft bepaald tot het onderzoek van op zichzelf staande, om de een of andere bijzondere reden belangrijke, speciale punten.

De interpretatie van de klassieke natuurkundige theorieën kan geschieden met behulp van semantische regels van de volgende vorm:

a) De uitdrukking „in het ruimtedeel R bevindt zich gedurende het tijdvak T een homogeen gravitatieveld van sterkte g" is *in overeenstemming met de empirie,* als gedurende

dat tijdvak elke physische slinger in die ruimte in zijn evenwichtsstand overal dezelfde richting aanneemt, en als hij om die evenwichtsstand slingeringen uitvoert met slingertijd

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

b) De uitdrukking „in het ruimtedeel R bevindt zich gedurende het tijdvak T een homogeen gravitatieveld van sterkte g" is *in strijd met de empirie,* als een aanmerkelijk aantal physische slingers gedurende dat tijdvak

α) hetzij geen evenwichtsstand bezit;

β) hetzij in de evenwichtsstand merkbaar verschillende richtingen aanneemt;

γ) hetzij om de evenwichtsstand slingeringen uitvoert, welker slingertijd τ aanmerkelijk afwijkt van 2π

c) De uitdrukking „*NP*" is *in overeenstemming met de empirie,* als de uitdrukking „*P*" in strijd is met de empirie, en omgekeerd.

d) De uitdrukking „*DPQ*" is *in overeenstemming met de empirie,* als minstens één der uitdrukkingen „*P*" en „*Q*" in overeenstemming is met de empirie; *in strijd met de empirie,* als beide uitdrukkingen „*P*" en „*Q*" in strijd zijn met de empirie.

e) De uitdrukking „*APQ*" is *in overeenstemming met de empirie,* als beide uitdrukkingen „*P*" en „*Q*" in overeenstemming zijn met de empirie; *in strijd met de empirie,* als minstens één der uitdrukkingen „P" en „*Q*" in strijd is met de empirie.

f) De uitdrukking „*CPQ*" is *in overeenstemming met de empirie,* als „*Q*" in overeenstemming is met de empirie, en óók als „*P*" en „*Q*" beide in strijd zijn met de empirie; *in strijd met de empirie,* als „*P*" in overeenstemming, „*Q*" in strijd is met de empirie.

Krachtens de semantische regels *c*)—*f*) vormen de uitdrukkingen, die met de empirie in overeenstemming zijn, een zodanig systeem E, dat, als zekere uitdrukkingen tot dit systeem behoren, ook elke volgens de regels $D1$)—6) van hoofdstuk

II — de deductieregels van de eleatische logica — uit deze uitdrukkingen getrokken conclusie eveneens tot E behoort; men zegt korter: *het systeem E van de uitdrukkingen der klassieke physica, die in overeenstemming zijn met de empirie, is afgesloten t.o.v. deductie volgens de regels der eleatische logica.* Bij een passende keuze van de semantische regels kan men zelfs gedaan kunnen krijgen, dat E afgesloten is t.o.v. deductie volgens de regels van de newtoniaanse logica.

Het systeem van de semantische regels is een zeer gecompliceerde deductieve theorie, die we het best als *theorie van de natuurkundige meting* kunnen aanduiden. De opbouw van deze theorie vooronderstelt de opbouw van de natuurkundige theorieën in engere zin. Bij de opbouw van een theorie van de natuurkundige meting zal met voordeel een zekere hierarchische volgorde in acht worden genomen. Men zal b.v. beginnen met de interpretatie van de meetkunde, daarop de interpretatie van de mechanica laten volgen, om daarna achtereenvolgens de interpretatie van de warmteleer, de optiek en de theorie van electriciteit en magnetisme te ontwikkelen.

Afgeleide regels zullen ons dan in staat stellen, b.v. meetkundige stellingen met optische hulpmiddelen, stellingen van de mechanica en de warmteleer met electrische hulpmiddelen te toetsen, enz.

De klassieke theorie in haar geheel zal geacht kunnen worden, door de empirie te worden bevestigd, zolang die uitdrukkingen, die in overeenstemming zijn met de empirie, t.o.v. de deductiemiddelen van de theorie niet-contradictoir zijn. Om de onderlinge verhouding van twee verschillende theorieën over een zelfde onderwerp — het klassieke voorbeeld leveren nog altijd de optische theorieën van FRESNEL en NEUMANN — te kunnen beoordelen, moet men vooral ook op de interpretatie van die theorieën letten; doet men dit, dan blijken vaak theorieën, die op het eerste gezicht onderling strijdig lijken, zeer goed verenigbaar te zijn. In dergelijke gevallen worden dus de tegenstrijdig lijkende elementen bij de interpretatie geëlimineerd. Dergelijke elementen worden, zoals we hebben gezien, door HOENEN als *overbodig* aangeduid. Zonder twijfel zijn ze ook in vele gevallen als overbodig aan te merken. Dit

behoeft echter niet noodzakelijk het geval te zijn. Het is zeer goed denkbaar, dat op een element van een theorie bij de deductie binnen deze theorie geen beroep behoeft te worden gedaan, en dat het ookniet optreedt bij de uiteindelijke interpretatie van de theorie, terwijl het toch ook niet als overbodig kan worden beschouwd; het is immers denkbaar, dat dit element nodig is ter verkrijging van de interpretatie, ook al komt het in haar uiteindelijk resultaat niet voor.

Is een theorie in strijd met de empirie, dan behoeft dit nog niet aan de theorie zelf te liggen; de oorzaak kan ook liggen bij de interpretatie.

Is nu op de aangegeven wijze een interpretatie van de klassieke natuurwetenschap gegeven, dan kan ook tot de opbouw van een interpretatie van de quantumtheorie worden overgegaan. De quantumtheorie kan volgens verschillende methoden worden geïnterpreteerd.

De meest practische manier is hoogstwaarschijnlijk deze, dat men aan bepaalde uitdrukkingen van de quantumtheorie een uitdrukking van de klassieke natuurkunde doet beantwoorden en omgekeerd. Dat zulk een toevoeging mogelijk is, zonder dat collisies optreden tengevolge van de zeer uiteenlopende structuur van de klassieke physica en van de quantumtheorie, is te danken aan het beginsel der *complementariteit*, waarmee bij de opstelling van de quantumtheoretische vormen deductieregels rekening is gehouden; de aan de fundamentele operatoren opgelegde verwisselingsrelaties waarborgen het bestaan van onderling complementaire uitspraken en staan daardoor de harmonische samenwerking toe van de exacte corpusculaire en undulatoire beschouwingswijze, die met elkaar in strijd komen, als men het beginsel der complementariteit uit het oog verliest. We kunnen nu nog, als afsluiting van dit hoofdstuk, iets nauwkeuriger dan in het bovenstaande kon geschieden, de betekenis aangeven van de onbepaaldheidsrelaties en de daarmee nauw samenhangende verwisselingsrelaties van HEISENBERG.

De onbepaaldheidsrelaties passen we toe, als we een aantal uitdrukkingen „P_1", „P_2", ... van de klassieke theorie hebben

en daaraan uitdrukkingen „$P_1{}^1$", „$P_2{}^1$", ... van de quantumtheorie willen toevoegen. Alleen als de uitdrukkingen „P_1", „P_2", ... de onbepaaldheidsrelaties eerbiedigen, zullen de uitdrukkingen „$P_1{}^1$", „$P_2{}^1$",... niet-complementair zijn en dus aan een quantumtheoretisch betoog ten grondslag kunnen worden gelegd.

De verwisselingsrelaties daarentegen bepalen volgens de vormregels van de quantumtheorie, welke uitdrukkingen van deze theorie complementair zijn. Alleen niet-complementaire uitdrukkingen zijn voor een gelijktijdige interpretatie vatbaar. De verwisselingsrelaties zijn dus niet alleen voor de syntaxis, doch ook voor de semantiek van de quantumtheorie van belang; ze beheersen de overgang van de quantumtheoretische naar de klassieke terminologie.

De onbepaaldheidsrelaties daarentegen hebben we nodig, als we van de klassieke naar de quantumtheoretische terminologie willen overgaan.

Het is ook mogelijk, de quantumtheorie *onmiddellijk* met behulp van de terminologie van de physische waarneming — dus zonder de tussenschakel van de klassieke natuurkunde — te interpreteren. In dit geval komt het beginsel der complementariteit ook duidelijk tot uiting.

Zijn „Q", „R", ..., „T" quantumtheoretische uitdrukkingen, dan moeten de regels der interpretatie zó zijn, dat een gelijktijdige interpretatie van deze uitdrukkingen dan en slechts dan mogelijk is, als deze uitdrukkingen niet-complementair zijn. Of dit laatste al dan niet het geval is, hangt in laatste instantie weer af van de verwisselingsrelaties.

Er bestaat dus een volledig parallelisme tussen de syntaxis en de semantiek van de quantumtheorie. Alleen niet-complementaire uitdrukkingen kunnen als praemissen aan een deductief quantumtheoretisch betoog ten grondslag worden gelegd, en de bij zulk een betoog getrokken conclusies zijn steeds met elkaar en met de praemissen niet-complementair; alleen niet-complementaire uitdrukkingen zijn voor een gelijktijdige interpretatie vatbaar. Dat alleen niet-complementaire uitdrukkingen voor een gelijktijdige interpretatie vatbaar zijn, houdt ver-

band met het eigenaardig karakter van de atoomphysische waarneming. De bewering: „de impuls van dit electron heeft op het tijdstip t^1 de waarde p^1" kan op verschillende manieren experimenteel getoetst worden; aan elk van die manieren beantwoordt een bepaalde interpretatie van de quantumtheoretische uitdrukking „$p(p^1, t^1)$". Wil men echter zowel de bedoelde bewering als de bewering: „de energie van dit electron heeft op het tijdstip t^1 de waarde E^1" toetsen, dan zijn van de bedoelde manieren van toetsing slechts enkele bruikbaar. In verband daarmee is het aantal mogelijke interpretaties van de uitdrukking „$p(p^1, t^1)$", kleiner, als óók de uitdrukking „$H(E^1, t^1)$" geïnterpreteerd moet worden, dan als alléén een interpretatie van de uitdrukking „$p(p^1, t^1)$" wordt verlangd.

De volledige opbouw van een semantiek der natuurkundige theorieën vereist een interpretatie van de waarschijnlijkheidsrekening; deze eis is door de ontwikkeling van de quantummechanica al bijzonder urgent geworden. Het probleem van de interpretatie van de waarschijnlijkheidsrekening is dan ook in de jongste tijd vaak behandeld. Toch kan men niet zeggen, dat het tot een enigermate bevredigende oplossing is gebracht. Voor een overzicht van de huidige stand van het onderzoek op dit gebied verwijs ik naar de bijdrage van VAN DANTZIG in *Waarschijnlijkheidsrekening en statistische methoden*.

In het bovenstaande heb ik getracht een denkbeeld te geven van de mogelijkheden, die de toepassing van de begrippen en methoden van de moderne logica ons biedt bij het onderzoek van de *inwendige structuur* en van de *interpretatie* van de natuurkundige theorieën. De vraag naar het *ontstaan* en de *ontwikkeling* van dergelijke theorieën, de vraag dus, door welke overwegingen men zich laat leiden, als men, naar aanleiding bv. van bepaalde empirische gegevens, een nieuwe theorie ontwerpt of een bestaande theorie bij nieuwe eisen tracht aan te passen, heb ik welbewust buiten beschouwing gelaten.

Deze vraag kan naar mijn mening niet met logische middelen worden behandeld; bij het ontstaan en de ontwikkeling

van een theorie zijn irrationele factoren, i.h.b. de phantasie van den onderzoeker, van zeer grote betekenis. De logica treedt pas in haar rechten, wanneer een theorie haar definitieve vorm heeft gekregen en de vraag naar haar innerlijke consistentie, haar verhouding tot andere theorieën en haar overeenstemming met de empirie aan de orde wordt gesteld. Dat in dit stadium van het onderzoek een logische analyse niet alleen wetenschapstheoretische, maar onder omstandigheden ook grote wetenschapstechnische waarde zal kunnen hebben, behoeft geen betoog.

AANHANGSEL I

De bezwaren, die van de zijde der aan de traditie georiënteerde wijsbegeerte tegen het gezichtspunt der relativiteit plegen te worden aangevoerd, vloeien voort uit de hang van deze wijsbegeerte naar het absolute, zoals die met name tot uitdrukking komt in een vooral door ARISTOTELES herhaaldelijk toegepast postulaat, dat we kort en suggestief aldus kunnen uitdrukken:

„Aan elke relatie beantwoordt een absolutum."

Een meer exacte formulering is:

„Is gegeven, dat een ding u tot een ding v de relatie F heeft, dan is er een ding f" — het door de relatieve F bepaalde absolutum — „zodanig, dat, als x niet identiek is met f, steeds x tot f, maar nooit f tot x, in de relatie F staat."

Van de toepassingen van dit beginsel noem ik er slechts enkele.

1. Is F de relatie van het effect u tot zijn oorzaak v, dan is het absolutum f de eerste oorzaak.

2. Is F de relatie van een imperatief u tot een imperatief v, waartoe ze kan worden teruggebracht, dan is het absolutum f de categorische imperatief in de zin van KANT.

3. Is F de relatie van een goed u tot een goed v, waaraan het zijn waarde ontleent (en waartegen het dus geruild kan worden), dan is het absolutum f de „Wertsubstanz" in de zin van MARX.

Voor ons is nu van belang de volgende toepassing:

4. Is F de relatie van een ruimte u tot een ruimte v, t.o. waarvan ze een bepaalde bewegingstoestand bezit, dan is het absolutum f de absolute ruimte in de zin van NEWTON. Immers, elke andere ruimte x heeft t.o.v. f een bepaalde bewegingstoestand, terwijl f t.o.v. x nimmer een bepaalde bewegingstoestand bezit.

AANHANGSEL II

Op de verhouding van de opvattingen van NEWTON en van MACH tot de relativiteitstheorie moge hier iets nader worden ingegaan. MACH schrijft ([1] S. 242):

„Betrachten wir nun denjenigen Punkt, auf welchen sich Newton bei der Unterscheidung der relativen und absoluten Beweging mit starkem Recht zu stützen scheint. Wenn die Erde eine absolute Rotation um ihre Axe hat, so treten an derselben Centrifugalkräfte auf, sie wird abgeplattet, die Schwerebeschleunigung am Aequator vermindert, die Ebene des Foucault'schen Pendels wird gedreht u.s.w. Alle diese Erscheinungen verschwinden, wenn die Erde ruht und die übrigen Himmelskörper sich absolut um dieselbe bewegen, sodass dieselbe relative Rotation zu Stande kommt. So ist es allerdings, wenn man von vornherein von der Vorstellung eines absoluten Raumes ausgeht. Bleibt man aber auf dem Boden der Thatsachen, so weiss man blos von relativen Räumen und Bewegungen. Relativ sind die Bewegungen im Weltsystem, von dem unbekannten und unberücksichtigten Medium des Weltraums abgesehen, dieselben nach der Ptolemäischen und nach der Kopernikanischen Auffassung. Beide Auffassungen sind auch gleich richtig, nur ist die letztere einfacher und praktischer. Das Weltsystem ist uns nicht zweimal gegeben mit ruhender und mit rotirender Erde, sondern nur einmal mit seinen allein bestimmbaren Relativbewegungen. Wir können also nicht sagen, wie es wäre, wenn die Erde nicht rotirte. Wir können den einen uns gegebenen Fall in verschiedener Weise interpretiren. Wenn wir aber so interpre-

tiren, dass wir mit der Erfahrung in Widerspruch gerathen, so interpretiren w i r eben falsch. Die mechanischen Grundsätze können also auch wohl so gefasst werden, dass auch für Relativdrehungen Centrifugalkräfte sich ergeben.
„Der Versuch Newton's mit dem rotirenden Wassergefäss lehrt nur, dass die Relativdrehung des Wassers gegen die G e f a s s w ä n d e keine merklichen Centrifugalkräfte weckt, dass dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und der übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch verlaufen würde, wenn die Gefasswände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der eine Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Thatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen im Einklang zu bringen."

Ik wil in het onderstaande laten zien, op welke wijze men het denkbeeld van MACH mathematisch zou kunnen uitwerken. Het uitgangspunt vormt daarbij de theorie van NEWTON. Volgens NEWTON wordt de beweging van een stoffelijk punt onder invloed van de zwaartekracht t.o.v. een in de absolute ruimte rustend coördinatenstelsel $O^1X^1Y^1Z^1$ beheerst door de vergelijking:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{a}^1 = -grad\ \varphi \quad \text{of} \quad \ddot{x}^1 &= -\frac{\partial\varphi}{\partial x^1} \\ \ddot{y}^1 &= -\frac{\partial\varphi}{\partial y^1} \\ \ddot{z}^1 &= -\frac{\partial\varphi}{\partial z^1} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

De gravitatiepotentiaal φ wordt gevonden uit de vergelijking van POISSON:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^{12}} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^{12}} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^{12}} = -4\pi f \rho \qquad (2)$$

waarin ρ de dichtheid van de zware massa voorstelt.

Gaat men door middel van de transformatie

$$\left.\begin{aligned} x^1 &= x \cos \omega t + y \sin \omega t \\ y^1 &= -x \sin \omega t + y \cos \omega t \\ z^1 &= z \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

over naar een assenstelsel $OXYZ$, dat t.o.v. het eerste een eenparige rotatiebeweging om O^1Z^1 uitvoert, dan luiden de bewegingsvergelijkingen t.o.v. dat nieuwe stelsel:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} - 2\,\omega\,\dot{y} - \omega^2 x \\ \ddot{y} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y} + 2\,\omega\,\dot{x} - \omega^2 y \\ \ddot{z} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Hierin vertegenwoordigen de termen $-2\,\omega\,\dot{y}$ en $2\,\omega\,\dot{x}$ de z.g. versnelling van CORIOLIS, de termen $-\omega^2 x$ en $-\omega^2 y$ de z.g. middelpuntzoekende versnelling.

Stelt men nu

$$\left.\begin{aligned} A_x &= \omega y + \omega^2 xt \\ A_y &= -\omega x + \omega^2 yt \\ A_z &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

dan krijgt men:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\dot{y} - \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\dot{z} + \frac{\partial A_x}{\partial t} \\ \ddot{y} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\dot{z} - \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\dot{x} + \frac{\partial A_y}{\partial t} \\ \ddot{z} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\dot{x} - \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\dot{y} + \frac{\partial A_z}{\partial t} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

of in vectoriële schrijfwijze:

$$\mathbf{a} = grad\ \varphi + \mathbf{v} \times rot\ \mathbf{A} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \qquad (6a)$$

De potentialen φ en $\mathbf{A}$ voldoen aan de vergelijkingen

$$\begin{aligned} \Delta\,\varphi &= -\,4\,\pi\,f\,\rho \\ \Delta\,\mathbf{A} &= 0 \end{aligned} \qquad (7)$$

We hebben nu de grondvergelijkingen van de mechanica en de gravitatievergelijkingen in een vorm gebracht, waarin ze niet alléén gelden, wanneer men de bewegingen op de absolute ruimte betrekt, maar ook voor een stelsel, zoals $OXYZ$. Derhalve weigeren we, in den vervolge de voorrang van de absolute ruimte te erkennen, en beschouwen we alle stelsels als $OXYZ$, d.w.z., alle orthogonale stelsels, t.o. waarvan vergelijkingen van de vorm van (1) en (2) gelden, als onderling gelijkwaardig; ik zal zulk een stelsel aanduiden als een *stelsel van* MACH.

Laten we nu ter vereenvoudiging de jaarlijkse beweging van de zon en alle effecten, die daarmee verband houden, buiten beschouwing, d.w.z., nemen we alleen in aanmerking:

1) de valbeweging van de aardse lichamen;
2) de afplatting van de aarde en het verloop van de versnelling van de zwaartekracht op de aardbol;
3) de maanbeweging;
4) de dagelijkse beweging van de sterrenhemel;

dan kunnen we laatstbedoelde verschijnselen van het nu ingenomen standpunt uit als volgt verklaren.

Een stelsel $OXYZ$, waarvan de oorsprong in het middelpunt van de aarde ligt, de as OZ de noordpool en het vlak OXZ de nulmeridiaan bevat, is een stelsel van MACH. Nemen we als grondeenheden de centimeter, de gram en de secunde, dan is:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= -\,975\,\left(\frac{4.10^9}{2\pi}\right)^2\,\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \\ A_x &= \frac{2\pi}{24.60.60}\,y + \left(\frac{2\pi}{24.60.60}\right)^2 xt \\ A_y &= -\,\frac{2\pi}{24.60.60}\,x + \left(\frac{2\pi}{24.60.60}\right)^2 yt \\ A_z &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Hierin zijn φ en $\mathbf{A}$ aangepast bij de volgende numerieke gegevens:

1) de versnelling van de zwaartekracht op de aequator bedraagt 975 cm/sec^2;

2) 1 cm is bij definitie $\frac{1}{4.10^9} \times$ de omtrek van de aarde;

3) 1 sec is bij definitie $\frac{1}{24.60.60} \times$ de sterredag.

Nu is op grond van de bepaalde waarden van φ en $\mathbf{A}$ te voorspellen:

1) de omloopstijd van de maan, als de maansparallaxis bekend is;

2) de afplatting van de aardbol;

3) het verloop van de versnelling van de zwaartekracht op de aardbol;

4) de uitslag van de slingerproef van FOUCAULT.

Men ziet, dat deze voorspellingen onafhankelijk zijn van de onderstelling van het bestaan van een absolute ruimte. Ze worden door de empirie in bijzonderheden bevestigd.

Men kan zich nu verder afvragen, hoe het komt, dat de scalaire potentiaal φ en de vectorpotentiaal $\mathbf{A}$ juist de gevonden waarde bezitten.

Wat de potentiaal φ betreft, is deze vraag schijnbaar niet moeilijk te beantwoorden; deze potentiaal voldoet immers aan

$$\Delta\varphi = -4\pi f\rho$$

en wordt dus blijkbaar opgewekt door de zware materie. Deze opvatting wordt bevestigd door

1) de proeven van CAVENDISH;

2) valproeven in diepe mijnschachten.

De vectorpotentiaal $\mathbf{A}$ schijnt evenwel, aangezien

$$\Delta\mathbf{A} = 0 \qquad (7)$$

is, uit de lucht te vallen. Men kan echter proberen, ook deze potentiaal uit een werking van de zware materie te verklaren — waarna het door MACH uitgesproken denkbeeld zijn verwezenlijking zou vinden —, en wel op grond van de volgende

overweging. Het **A**-veld werkt op de zware materie op volkomen dezelfde wijze als een magnetisch veld op een lading. Het ligt derhalve voor de hand, te onderstellen, dat dit veld wordt opgewekt door zware materie, en wel door bewegende zware materie, b.v. volgens een vergelijking van POISSON:

$$\Delta \mathbf{A} = -4\pi k \rho \mathbf{v}. \qquad (7a)$$

Het zou zeker mogelijk zijn, deze hypothese, door een geschikte keuze van de constante k en door passende onderstellingen over de verdeling van de bewegende zware massa in de ruimte, op zodanige wijze uit te werken, dat een volledige aansluiting bij de tot nu toe in aanmerking genomen waarnemingsfeiten wordt verkregen.

Toch blijkt deze opvatting bij nadere beschouwing minder bevredigend dan ze aanvankelijk lijkt. Immers, de potentialen φ en **A** zijn door de vergelijkingen (2) en (7b) van POISSON niet ondubbelzinnig bepaald; men moet aan φ en **A** ook nog een *randvoorwaarde* opleggen. En, hoewel de vergelijkingen (4)—(6) voor alle stelsels van MACH gelijkluidend zijn, luiden de randvoorwaarden, aan **A** op te leggen, voor deze stelsels verschillend. Sommige stelsels $O^1X^1Y^1Z^1$ van MACH onderscheiden zich van de overige, doordat voor hen de randvoorwaarde luidt:

$$\mathbf{A} \longrightarrow 0 \qquad \text{voor} \qquad x^1, y^1, z^1 \longrightarrow \infty$$

Welke stelsels deze eenvoudige eigenschap hebben — ik duid zulke stelsels aan als *speciale stelsels van* MACH —, hangt af van de onderstellingen, die men maakt over de invloed van het rechterlid van vergelijking (7a). Neemt men — wat bij onze onwetendheid het minst willekeurig lijkt — aan, dat de constante k zo klein, of de verdeling van de zware massa zodanig is, dat de invloed van dit rechterlid kan worden verwaarloosd, dan zal een coördinatenstelsel $\overline{O}\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$, waarvan de as $\overline{O}\overline{Z}$ samenvalt met OZ, maar waarvan de assen $\overline{O}\overline{X}$ en $\overline{O}\overline{Y}$ meedraaien met de vaste sterren, een speciaal stelsel van MACH zijn.

In elk geval blijkt het wel degelijk mogelijk, met NEWTON'S

begrip *absolute rotatie* een houdbare zin te verbinden; men kan onder absolute rotatie verstaan een rotatie t.o.v. een speciaal stelsel van MACH.

Het door MACH aan de orde gestelde probleem heeft nieuwe actualiteit gekregen door de opstelling van de algemene relativiteitstheorie. Het uitgangspunt van deze theorie vormt de relativiteit van gravitatie en traagheid, anders gezegd: de gelijkheid van trage en zware massa, die door proeven van EÖTVÖS met grote nauwkeurigheid is vastgesteld. Een in een lift opgesloten waarnemer kan niet uitmaken, in hoeverre de door hem waargenomen verschijnselen door de traagheid (door een versnelling van de lift t.o.v. de „absolute ruimte"), in hoeverre ze door de gravitatie worden teweeggebracht (behalve voorzover de graviterende stof zich in de lift bevindt); dit zgn. *beginsel der gelijkwaardigheid* (t.w. van gravitatie en traagheid) past EINSTEIN niet alleen op de beweging van stoffelijke voorwerpen, maar ook op de electromagnetische verschijnselen, toe; zo komt hij tot de conclusie, dat een lichtstraal door een gravitatieveld wordt afgebogen.
Verwaarlozen we in vergelijking (7a) het rechterlid, dan kan worden gezegd, dat het φ-veld de gravitatie, het $\mathbf{A}$-veld de traagheid, vertegenwoordigt. EINSTEIN stelde zich dus, om onze terminologie te gebruiken, de opgave, het φ-veld en het $\mathbf{A}$-veld uit één alomvattend gezichtspunt te beschouwen; deze opgave betreft dus zowel de mechanische grondwetten (6) als de gravitatievergelijkingen (2) en (7). Bovendien wilde hij aan deze vergelijkingen een zodanige gedaante geven, dat ze geldig zouden zijn t.o.v. *elk* ruimte-tijdstelsel.

Van het eerste deel van dit probleem heeft EINSTEIN de volgende elegante oplossing gegeven. Men voere in de ruimte $O^1X^1Y^1Z^1T^1$ als volgt een lijnelement in:

$$ds^2 = dx^{12} + dy^{12} + dz^{12} - (c^2 - 2\varphi)\, dt^{12} \qquad (8)$$

Een slechts door gravitatie en traagheid beïnvloed stoffelijk punt doorloopt een zodanige baan, dat

$$\delta \int ds = \delta \int \sqrt{\dot{x}^{12} + \dot{y}^{12} + \dot{z}^{12} - (c^2 - 2\varphi)\, \dot{t}^{12}}\, ds = \delta \int L\, ds = 0 \qquad (9)$$

hierin zijn gebruikt de afkortingen

$$\dot{x}^1 = \frac{dx^1}{ds},\ \dot{y}^1 = \frac{dy^1}{ds},\ \dot{z}^1 = \frac{dz^1}{ds},\ \dot{t}^1 = \frac{dt^1}{ds}$$

Volgens LAGRANGE is dit variatiebeginsel gelijkwaardig met de vergelijkingen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^1}\right) - \frac{\partial L}{\partial x^1} = 0,\ \frac{d}{ds}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}^1}\right) - \frac{\partial L}{\partial y^1} = 0,\ \frac{d}{ds}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}^1}\right) - \frac{\partial L}{\partial z^1} = 0, \\ &\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{t}^1}\right) - \frac{\partial L}{\partial t^1} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (9a)$$

Onder verwaarlozing van termen, die de factor $\frac{1}{c^2}$ bevatten, blijken deze vergelijkingen gelijkwaardig te zijn met de vergelijkingen (1).

Nu is de vergelijking (9) covariant; zij blijft geldig bij overgang naar een willekeurig nieuw coördinatenstelsel in het physisch ruimte-tijd-continuum. Gaat men b.v. over naar het coördinatenstelsel $OXYZT$, d.w.z., past men de transformatie

$$\left.\begin{aligned} x^1 &= x \cos \omega t + y \sin \omega t \\ y^1 &= x \sin \omega t + y \cos \omega t \\ z^1 &= z \\ t^1 &= t \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

toe, dan wordt het lijnelement ds bepaald door

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + 2\omega y\,dx\,dt - 2\omega x\,dy\,dt - (c^2 - \omega^2 x^2 - \omega^2 y^2 - 2\varphi)dt^2 \quad (8a)$$

Door toepassing van het variatiebeginsel onder verwaarlozing van termen met een factor $\frac{1}{c^2}$ vindt men de vergelijkingen (4).

We merken op, dat thans inderdaad het gravitatie- of φ-veld en het traagheids- of **A**-veld tot één geheel samengesmolten zijn. Neemt men het assenstelsel $O_1X_1X_2X_3X_4$ geheel willekeurig, dan wordt

$$ds^2 = g_{11}\,dx_1^2 + 2g_{12}\,dx_1\,dx^2 + g_{22}\,dx_2^2 + 2g_{13}\,dx_1\,dx_3 + \ldots + g_{44}\,dx_4^2 \quad (8a)$$

Hierin karakteriseren de coëfficiënten g_{kl}, die men dan ook als *gravitatie-potentialen* aanduidt, het tot één geheel samengesmolten gravitatie- en traagheidsveld.

Het tweede probleem, dat EINSTEIN zich stelde, was, de *veldvergelijkingen* op te stellen, d.w.z., het verband vast te leggen tussen de gravitatiepotentialen g_{kl} en de verdeling van de zware stof. Deze veldvergelijkingen beantwoorden aan de door ons in het bovenstaande opgestelde vergelijkingen van POISSON.

Nu doet zich echter dezelfde complicatie voor, als we in het bovenstaande reeds hebben ontmoet: dóór de veldvergelijkingen wordt bij gegeven verdeling van de zware massa het traagheids- en gravitatieveld niet ondubbelzinnig bepaald. Gaat men uit van een verdeling der zware massa, die een kleine factor u bevat, dan kan men trachten, de potentialen naar stijgende machten van u te ontwikkelen:

$$g_{kl} = g^{\circ}_{kl} + u\, g'_{kl} + u^2\, g''_{kl} + \ldots$$

Het veld g°_{kl} blijkt van zodanige aard te moeten zijn, dat het kwadraat van het lijnelement: $ds^2 = g^{\circ}_{11}\, dx_1{}^2 +$ $+ 2g^{\circ}_{12}\, dx_1\, dx_2 + \ldots$, door een passende coördinatentransformatie in de vorm:

$ds^2 = dx_1{}^2 \pm a^2 dx_2{}^2 \pm b^2 dx_3{}^2 \pm c^2 dx_4{}^2$ (a, b, c constant en $\neq$ o)

kan worden gebracht; om de aansluiting bij de empirie mogelijk te maken, moet men stellen:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2.$$

Uit het variatiebeginsel $\delta \int ds = 0$ volgt dan:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2} = 0.$$

Ook in een „leeg" heelal zal er dus traagheid zijn.

Houden we het zojuist ingevoerde assenstelsel $OXYZT$ — dit assenstelsel is op een LORENTZ-transformatie na be-

paald — aan (eigenlijk is het nodig, een coördinatentransformatie van de vorm

$$x_1 = x_1 + u\ \xi_1 \text{ enz.}$$

uit te voeren) dan vinden we voor de potentialen g^1_{kl} vergelijkingen van de vorm

$$\Box\ g^1_{kl} = \frac{\partial^2 g^1_{kl}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g^1_{kl}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g^1_{kl}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g^1_{kl}}{\partial t^2} = T_{kl}. \quad (2a, 7b)$$

Deze vergelijkingen bepalen de g^1_{kl}'s pas dan, als men nog een randvoorwaarde toevoegt. We kiezen daarvoor de voorwaarde, dat $g^1_{kl} \to 0$ voor $x, y, z \to \infty$; deze voorwaarde is niet willekeurig, omdat ze geldig blijft, als men een LORENTZ-transformatie toepast.

Dat i.p.v. de operator Δ thans de operator $\Box$ optreedt, wil zeggen, dat ook de gravitatiewerking zich met de snelheid van het licht voortplant. De tensor T_{kl} — de zgn. energietensor — bevat niet alleen termen, die op de materie, doch ook termen, die op het electromagnetisch veld betrekking hebben. Dit is begrijpelijk; daar volgens het aequivalentiebeginsel het electromagnetisch veld evenals de materie de gravitatie *ondergaat,* zal het volgens het beginsel *actie = reactie* óók gravitatie moeten teweegbrengen.

We zien, dat het denkbeeld van MACH niet verwezenlijkt is; het traagheids- en gravitatieveld is óók aanwezig, als het heelal leeg is, en wordt door de aanwezigheid van zware materie slechts gewijzigd. Ook zijn er wel degelijk ruimte-tijd-systemen, die zich van de overige op covariante wijze onderscheiden, t.w. de stelsels van de soort van *OXYZT*.

„Das Führungsfeld wird durch die Materie (schwach) erregt, wie eine Seefläche von den Dampfern, welche sie durchfahren; es geht in den durch die spezielle Relativitätstheorie geschilderten unerregten Zustand über, wenn alle Materie verschwindet, wie die Seefläche sich zur homogenen Ebene glättet, wenn die Schiffe im Hafen sind. Obwohl auch Einstein mit jenem Machschen Gedanken liebäugelt, ist es doch...ausgeschlossen, das Führungsfeld oder den „Ather"

als eine selbständige Macht aus dem Naturgeschehen auszuschalten; nicht die Sterne führen die Schwingungsebene des Foucaultschen Pendels, sondern das Zusammengehen beider, des Foucaultschen Pendels und des Sternenkompasses, den die Richtungen der von den Sternen her eintreffenden Lichtstrahlen am irdischen Beobachtungsort bilden, beruht auf der gewaltigen Übermacht des Äthers in seiner Wechselwirkung mit der Materie"(WEYL [1], S. 75).

In dit dispuut van NEWTON en WEYL met MACH en EINSTEIN komt de oude tegenstelling tussen PARMENIDES en ARISTOTELES enerzijds, LEÜCIPPUS en DEMOCRITUS anderzijds tot nieuw leven. Immers, men kan NEWTON en WEYL als voortzetters van de atomisten beschouwen, in zoverre ze ook aan de lege ruimte een traagheidsveld en dus physische realiteit toeschrijven; ze zetten echter de traditie van PARMENIDES en ARISTOTELES voort, in zoverre ze van mening zijn, dat ook een physische ruimte, die geen materie bevat, niet ledig is, omdat er zich toch een traagheidsveld in bevindt.

Volgens de zojuist besproken discussie van de veldvergelijkingen van EINSTEIN bezit het traagheids- en gravitatieveld een „evenwichtstoestand", die gekenmerkt wordt door het lijnelement:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

en die alleen kan optreden, als de ruimte geen materie bevat heeft, bevat of zal bevatten; de aanwezigheid van materie in de ruimte „stoort" deze toestand van evenwicht. Bezwaren tegen deze opvattingen waren echter:

1) het traagheids- en gravitatieveld wordt niet, zoals MACH verlangde, geheel door de materie opgewekt;

2) de verdeling van de zware materie bepaalt ook de storing van het veld niet ondubbelzinnig; deze wordt pas door bepaalde randvoorwaarden volkomen vastgelegd.

Om deze moeilijkheid te ontgaan, heeft EINSTEIN in 1917 de oorspronkelijk door hem opgestelde veldvergelijkingen vervangen door de zgn. *cosmologische vergelijkingen*. Deze vergelijkingen, die evenzeer als de oorspronkelijke covariant zijn,

maar een tot dusver onbekende natuurconstante λ bevatten, staan eveneens aan het traagheids- en gravitatieveld een evenwichtstoestand toe; in deze nieuwe evenwichtstoestand bevat de ruimte echter zware massa. Derhalve is nu overeenstemming met de opvatting van MACH verkregen. Bovendien is dit heelal „gesloten"; brengt men dus in de aan de evenwichtstoestand beantwoordende verdeling der zware materie een verandering aan, die de kleine factor u bevat, en ontwikkelt men het potentiaalveld volgens: $g_{kl} = g^0{}_{kl} + ug^1{}_{kl} + u^2 g^{11}{}_{kl} + \ldots$, dan behoeft men aan de $g^1{}_{kl}$'s geen randvoorwaarde meer op te leggen. Nu kan dus het traagheids- en gravitatieveld als door de materie opgewekt worden beschouwd, de aan de evenwichtstoestand beantwoordende verdeling van de zware materie *„erzeugt den homogenen Untergrund des Führungsfeldes;* sie hält z.B. die Ebene des Foucaultschen Pendels fest, so dass sie der Umdrehung des Sternenhimmels folgt" (WEYL).

De cosmologische veldvergelijkingen liggen ten grondslag aan de onderzoekingen van DE SITTER (1917), FRIEDMANN (1922) en LEMAÎTRE (1927) over het zgn. „uitdijende heelal". EDDINGTON heeft in 1931 getracht, de constante λ uit te drukken in de constante f, die voorkomt in de attractiewet van NEWTON en in vergelijking (2), de massa's m en μ van electron en proton, en de lading van het electron. Hij vond

$$\lambda = \frac{16^2 f}{\pi^2} \frac{m^4 \mu^2}{e^8},$$

in overeenstemming met de waarde, die LEMAÎTRE uit empirische gegevens had afgeleid. Dergelijke beschouwingen zijn, hoewel zeer speculatief, toch hoogst interessant, omdat ze verband leggen tussen de tot dusver streng gescheiden gebieden van atoomphysica en gravitatietheorie.

VIII. DE VERHOUDING VAN DE ANORGANISCHE NATUURWETENSCHAP TOT ANDERE WETENSCHAPPEN

Bij de behandeling van de problemen der wetenschapssystematiek, onder welke de vraag naar de verhouding van de anorganische natuurwetenschap tot de overige wetenschappen een belangrijke plaats inneemt, zijn zeer verschillende uitgangspunten mogelijk.

Het meest voor de hand ligt, dat men uitgaat van een beschouwing van de verschillende *objecten,* waarmee de wetenschappen zich bezig houden, deze objecten volgens een of ander systeem groepeert, en de verkregen systematiek overdraagt op de wetenschappen zelf. De uitvoering van dit programma blijkt echter op grote bezwaren te stuiten; het voornaamste bezwaar is wel gelegen in de omstandigheid, dat het herhaaldelijk voorkomt, dat verschillende wetenschappen zich met eenzelfde object bezighouden, terwijl tussen die wetenschappen toch geen bijzonder nauwe verwantschap bestaat; als voorbeeld noem ik de economie en het handelsrecht.

Dit opmerkend, is men er toe overgegaan, niet in de eerste plaats op het object van de verschillende wetenschappen, maar vooral op haar *methode* te letten. In dit verband moet echter worden opgemerkt, dat het woord „methode" in zeer uiteenlopende betekenis wordt gebruikt.

Ten eerste spreekt men van methode in subjectieve zin en duidt dan als zodanig aan de geesteshouding, die voor den beoefenaar van een bepaalde wetenschap kenmerkend is. In deze zin is het woord vooral door DESCARTES gangbaar geworden; men kan b.v. spreken van een dogmatische of een sceptische methode.

Ten tweede gebruikt men het woord „methode" in wetenschapstechnische zin, b.v. als men spreekt van een empirische, een experimentele, een vergelijkende methode; men doelt dan

op de werkwijze, die men bij het wetenschappelijk onderzoek toepast.

Ten derde duidt men als methode de betoogtrant aan, die in een bepaalde wetenschap gangbaar is; zo spreekt men van een deductieve, een beschrijvende methode.

De methode in subjectieve zin is voor ons doel als uitgangspunt weinig geschikt. Immers, juist de physica wordt beoefend door lieden van zeer uiteenlopende geesteshouding — ik noem den mathematischen, den theoretischen, den experimentelen, den technischen physicus — en dankt wellicht mede daaraan haar huidige bloei.

Ook de methode als wetenschapstechniek biedt ons geen bruikbaar uitgangspunt. Immers, twee nauw verwante wetenschappen als physica en astronomie volgen noodgedwongen geheel verschillende werkwijzen.

Daarentegen hebben we in de methode als betoogtrant een zeer geschikt uitgangspunt voor het vaststellen van de betrekkingen van de physica met andere wetenschappen. De waarde van dit gezichtspunt is trouwens in hoofdstuk VI reeds gebleken.

Aanvaardt men dit gezichtspunt, dan ligt het voor de hand, dat we ons afvragen, in welke wetenschappen een betoogtrant wordt aangetroffen, die verwant is met de in de physica gangbare betoogtrant. De betoogtrant van de physica is deductief en kan worden gekarakteriseerd door een gespecialiseerde eleatische logica, waarin geen modale onderscheidingen optreden.

Een gelijksoortige betoogtrant wordt nu in vele andere wetenschappen aangetroffen. Ten eerste in de wiskunde, anderzijds ook in de overige anorganische natuurwetenschappen en in een aantal biologische wetenschappen, b.v. in de erfelijkheidsleer. Maar ook buiten de natuurwetenschap kan men wetenschappen aanwijzen, die door een dergelijke betoogtrant worden gekenmerkt; een mooi voorbeeld daarvan vormt de economie.

Dat in de economie een betoogtrant wordt toegepast, die met die van de wiskunde en van de anorganische natuurweten-

schap ten nauwste verwant is, vindt zijn verklaring in de wordingsgeschiedenis van deze wetenschap. We hebben gezien, dat de wijsbegeerte van de 17de en de 18de eeuw tot KANT werd gekenmerkt door het streven, de in de wiskunde gangbare betoogtrant ook in de andere wetenschappen ingang te doen vinden. Nu is de economie juist in deze tijd tot ontwikkeling gekomen, en wel in een omgeving, waar bedoeld streven zijn sterkste aanhang vond. F. QUESNAY (1694—1774) behoort tot de encyclopaedisten. A. SMITH (1723—1790) stond in nauwe betrekking tot D. HUME. Geen wonder derhalve, dat van den beginne aan de betoogtrant der economie overeenstemde met de in de physica gebruikelijke. Deze betoogtrant bleef voor de economie kenmerkend, doordat ze de invloed van het kantianisme nimmer in merkbare mate onderging. De ontwikkeling van de mathematische economie sinds ongeveer 1870 (W. STANLEY JEVONS, L. WALRAS) accentueert slechts een kenmerk, dat aan de economie van den beginne aan eigen is geweest.

We hebben in hoofdstuk VI al kennis gemaakt met een groep van zeer oude en sterk aan de traditie gebonden wetenschappen, die — althans in haar systematische vorm — gekenmerkt worden door een aan de aristoteliaanse modaliteitslogica beantwoordende betoogtrant. Deze groep omvat de theologie, de metaphysica, de ethiek en de rechtswetenschap. Eertijds omvatte ze ook de physica, die echter sinds de tijd van GALILEI de betoogtrant is gaan toepassen, die reeds lang de wiskunde en de astronomie had gekenmerkt.

Men verenigt veelal de bedoelde groep van wetenschappen — in den vervolge als de theologisch-juridische groep aan te duiden — met de groep van de historische wetenschappen tot één grote groep, de groep der zgn. *geesteswetenschappen*. Houden we ons echter aan de betoogtrant als fundamenteel indelingscriterium, dan blijkt deze bijeenvoeging niet geoorloofd te zijn. De historische wetenschappen passen een betoogtrant toe, die niet beantwoordt aan de aristoteliaanse modaliteitslogica; ook haar oorsprong valt niet samen met die van de theologisch-juridische wetenschappen.

Om een juist inzicht te krijgen in de verhouding van de historische tot de theologisch-juridische wetenschappen, is het nodig terug te gaan tot de zgn. aristoteliaanse wetenschapsleer.

Deze wetenschapsleer kan — zoals ik elders heb aangetoond — worden samengevat in de vorm van de volgende definitie van de terminus „deductieve wetenschap":

Onder *deductieve wetenschap* wordt verstaan een systeem *W* van stellingen, zodanig, dat:

1) alle stellingen van *W* betrekking hebben op een bepaald gebied van werkelijke objecten;

2) alle stellingen van *W* waar zijn;

3) indien zekere stellingen tot W behoren, een willekeurige logische gevolgtrekking uit die stellingen ook tot *W* behoort;

4) er in *W* een eindig aantal termen is aan te wijzen, zodanig, dat

a) de betekenis van deze termen geen nadere verklaring behoeft;

b) de betekenis van alle andere termen, die in *W* optreden, met behulp van deze termen alleen kan worden omschreven;

5) er in *W* een eindig aantal stellingen is aan te wijzen, zodanig, dat

a) de waarheid van deze stellingen evident is;

b) alle andere stellingen van *W* langs logische weg uit deze stellingen kunnen worden verkregen.

(Verg. W. WINDELBAND, *Geschichte der Philosophie*, Freiburg i. B. 1892, § 12, 4—5. De voornaamste teksten bij I. M. BOCHENSKI, *Elementa logicae graecae*, 117—138, 156—158.)

Deze wetenschapsleer van ARISTOTELES heeft, wat hier slechts worde gememoreerd, gedurende meer dan tweeduizend jaar richting gegeven aan de wetenschappelijke bedrijvigheid.

ARISTOTELES heeft aan de wetenschap nòg een eis opgelegd; noemen we de wetenschappen, die ook aan deze zesde

eis voldoen, apodictische wetenschappen, kan kunnen we deze als volgt formuleren:

Onder *apodictische wetenschap* wordt verstaan een deductieve wetenschap *W*, zodanig dat

6) de logische deductie in *W* geschiedt overeenkomstig de aristoteliaanse modaliteitslogica.

De theorie van de deductieve wetenschappen, die ligt opgesloten in de postulaten 1)—5), zal ik in het vervolg aanduiden als (aristoteliaanse) *wetenschapsleer*; de theorie van de apodictische wetenschappen, die voortvloeit uit de postulaten 1)—6) — en die uiteraard de wetenschapsleer als onderdeel omvat —, als (aristoteliaanse) *apodictica*. Opgemerkt worde, dat ARISTOTELES alleen van de apodictica een afzonderlijke behandeling heeft nagelaten (de „Analytica posteriora", later uitgegeven als onderdeel van het zgn. „Organon").

De apodictische wetenschappen hebben voor, dat ze ons het „waarom" (διότι) leren, waar de andere wetenschappen zich tot het „dat" (ὅτι) moeten bepalen. Tot de apodictische wetenschappen rekent de Stageriet ook de physica (anal. post. I, 13).

Men begrijpt nu, welk een revolutionnaire daad het was, dat GALILEI zich bewust afkeerde van de vraag naar het „waarom", naar de oorzaak.

„Het schijnt mij nu niet het geschikte ogenblik, om in te gaan op het onderzoek naar de oorzaak van de versnelling der natuurlijke beweging, waarover verschillende philosophen verschillende meningen hebben geuit" (naar E. J. DIJKSTERHUIS [1], blz. 237).

In laatste instantie betekende dit het prijs geven van de aristoteliaanse apodictica en van de daarin vooronderstelde modaliteitslogica. Zoals in de voorgaande hoofdstukken reeds is gebleken, werd deze laatste vervangen door de newtoniaanse logica. De nieuwe natuurwetenschap bleef dus een deductieve wetenschap, maar hield op, een apodictische wetenschap te zijn; daardoor maakte ze zich los van de groep der theologisch-juridische wetenschappen.

De aristoteliaanse apodictica had hoogst ernstige consequenties voor de geschiedwetenschap. Immers, uit de postulaten 1)—6) volgt, dat een apodictische wetenschap omtrent het bijzondere, het veranderlijke, het toevallige niet mogelijk was. Daar nu de geschiedwetenschap juist het bijzondere, het veranderlijke, het toevallige tot object had, kon ze nooit een apodictische wetenschap worden; ze kon nooit opklimmen tot het „waarom" van de historische verschijnselen, maar moest zich vergenoegen met het beschrijven ervan.

Zeer lang is dan ook de geschiedenis uitsluitend als beschrijvende wetenschap beoefend. In de nieuwere tijd, toen het gezag van den Stagiriet begon te tanen, kwam echter het streven op naar een verklaring van de historische verschijnselen. Op indrukwekkende wijze komt dit streven tot uiting, als J. G HERDER in de voorrede van zijn *Ideen zur Philosophie der Geschichte der Menschheit* (1784) de vraag stelt, „*ob denn, da Alles in der Welt seine Philosophie und Wissenschaft habe, nicht auch das, was uns am Nächsten angeht, die Geschichte der Menschheit, im Ganzen und Grossen eine Philosophie und Wissenschaft haben sollte*".

Met de vraag naar een verklarende geschiedwetenschap was tevens de vraag naar de passende betoogtrant van zulk een wetenschap gesteld. Daar de geschiedwetenschap nimmer een apodictische wetenschap kon worden, waren op deze vraag a priori drie antwoorden denkbaar, t.w.

1) de verklarende geschiedwetenschap worde opgebouwd als een deductieve, niet-apodictische wetenschap op de grondslag van een met de newtoniaanse verwante logica;

2) de verklarende geschiedwetenschap worde opgebouwd als een deductieve, niet-apodictische wetenschap op de grondslag van een geheel nieuwe logica;

3) de verklarende geschiedwetenschap worde opgebouwd als een wetenschap van een geheel nieuw, noch beschrijvend, noch deductief, type.

Alle drie antwoorden zijn gegeven en alle drie hebben ze hun invloed doen gelden op de ontwikkeling van de historische wetenschappen.

Het eerste antwoord is door Auguste COMTE (1798—1857) in zijn *Cours de philosophie positive* (1839) uitvoerig ontwikkeld.

„Dans l'état du développement de nos connaissances positives, il convient, je crois, de regarder la science mathématique, moins comme une partie constituante de la philosophie naturelle proprement dite, que comme étant, depuis Descartes et Newton, la vraie base fondamentale de toute cette philosophie, quoique, à parler exactement, elle soit à la fois l'une et l'autre. Aujourd'hui, en effect, la science mathématique est bien moins importante par les connaissances, très-réelles et très-précieuses néanmoins, qui la composent directement, que comme constituant l'instrument le plus puissant que l'esprit humain puisse employer dans la recherche des lois des phènomènes naturels....

„La partie abstraite < de la science mathématique> est la seule qui soit purement instrumentale, n'étant autre chose qu'une immense extension admirable de la logique naturelle à un certain ordre de déductions....

„En résultat définitif, la mathématique, l'astronomie, la physique, la chimie, la physiologie et la physique sociale: telle est la formule encyclopédique qui... est seule logiquement conforme à la hiérarchie naturelle et invariable des phénomènes" (l.c., 2me leçon).

COMTE wil in de *sociologie,* die voornamelijk het terrein van de historische wetenschappen omvat, de newtoniaanse logica invoeren; de theologisch-juridische wetenschappen erkent hij slechts, voor zover ze tot de sociologie kunnen worden herleid.

Deze voorliefde voor de newtoniaanse logica is tot op de huidige dag voor de positivisten kenmerkend gebleven. Wanneer zij de door de metaphysici gestelde vragen als *schijnproblemen* afwijzen, dan miskennen zij het feit, dat deze vragen een zeer goede zin kunnen hebben, als men zich stelt op het standpunt van de aristoteliaanse modaliteitslogica, en handelen zij derhalve in strijd met hun eigen *tolerantiebeginsel.* Te hunner disculpering worde intussen gewezen op de omstandigheid, dat ook de metaphysici van onze tijd zich geenszins bewust blijken te zijn van het nauwe verband, dat er tus-

sen de metaphysische problemen en de modaliteitslogica bestaat.

Secundair lijkt mij de door de positivisten overmatig sterk geaccentueerde voorliefde voor de empirie. Wanneer men er naar streeft, in alle wetenschappen de newtoniaanse logica in te voeren, dan komt men er vanzelf toe, ook overal de door de anorganische natuurwetenschappen toegepaste wetenschapstechniek te propageren.

De denkbeelden van COMTE hebben in Frankrijk en in de Angelsaksische landen zeer grote invloed gekregen. In Duitsland daarentegen, waar door KANT'S werk een reactie tegen de newtoniaanse logica was ontstaan, die een extremistische uiting vond in GOETHE'S „Farbenlehre", heeft ze nooit ingang gevonden. Dit verklaart, dat in dat land de beide andere mogelijke antwoorden op de vraag naar de betoogtrant ener verklarende geschiedwetenschap zijn ontwikkeld.

G. W. F. HEGEL (1770—1831) heeft in zijn beroemde *Vorlesungen über die Philosophie der Geschichte* een vurig pleidooi gehouden voor de opbouw van de geschiedenis als een verklarende of, zoals hij het in aansluiting bij de traditie noemt, een wijsgerige wetenschap en tegelijk voor zulk een opbouw de grondslag gelegd. Hij beantwoordt daarbij de vraag naar de passende betoogtrant van zulk een wetenschap in de hierboven sub 2) vermelde zin.

Ik wil trachten de hoofdpunten van zijn gedachttengang in een voor ieder begrijpelijke terminologie — en dus op zeer vrije wijze — weer te geven.

Het uitgangspunt levert de door KANT ontwikkelde — m.i. onhoudbare — interpretatie van de traditionele logica als een *formele logica;* deze „abstrahiert von allem Inhalt der Verstandeserkenntnis und der Verschiedenheit der Gegenstände, und hat mit nichts, als der blossen Form des Denkens zu tun". Een voorbeeld moge dit toelichten. Een oordeel als „deze steen wordt door de zon verwarmd", komt door samenwerking van factoren van tweeërlei soort tot stand. Ten eerste onderstelt het de werking van bepaalde natuurkrachten, die de verwarming van de steen door de zonnestralen teweegbrengen

en die tevens maken, dat een en ander door bemiddeling van onze zintuigen tot ons bewustzijn doordringt; ten tweede onderstelt het de werking van het menselijk denken, waardoor het resultaat van de werking der natuurkrachten in een oordeel geconstateerd wordt. Duiden we de gezamenlijke factoren van de eerste soort als het *materiële,* de gezamenlijke factoren van de tweede soort als het *formele* element in het oordeel aan, dan kunnen we zeggen, dat het formele element van *rationele,* het materiële element van *irrationele* oorsprong is. De formele logica nu bestudeert volgens KANT uitsluitend het formele element in het oordeel en ziet daarbij — in tegenstelling tot de *transcendentale logica* — zelfs af van het feit, dat dit element met een materiëel element moet samengaan, opdat een zinvol oordeel zal kunnen ontstaan.

HEGEL merkt nu — KANT'S interpretatie van de traditionele logica overnemend — op, dat dit schema op onze oordelen over historische gebeurtenissen niet kan worden toegepast. Bij het oordeel: „in 1648 werd de vrede van Münster gesloten", kan men wel in eerste aanleg onderscheid maken tussen die factoren, die het sluiten van de vrede, en die factoren, die het oordeel daaromtrent teweegbrengen, maar zowel de factoren van de eerste, als die van de tweede soort blijken bij nadere beschouwing evenzeer van rationele aard te zijn.

Dit leidt nu tot de opvatting, dat een voor de behandeling van de historische verschijnselen passende logica niet slechts de factoren van de tweede soort, d.w.z., het formele element, maar ook de factoren van de eerste soort, het materiële element, moet beschouwen. De logica der historische wetenschappen moet een *inhoudslogica,* geen formele logica zijn.

Was HEGEL hier blijven staan, dan zou hij naast de newtoniaanse logica der natuurwetenschap en de modaliteitslogica der theologisch-juridische wetenschapen een aan de behoeften van de historische wetenschappen aangepaste inhoudslogica hebben opgebouwd.

Maar HEGEL is verder gegaan. Hij leert, dat niet slechts de historische, maar de gehele, werkelijkheid door rationele factoren wordt beheerst, en eist op die grond het terrein van de wetenschap in haar geheel voor zijn inhoudslogica op.

Was vernünftig ist, das ist wirklich
und was wirklich ist, das ist vernünftig.

We herkennen hierin een gedachte, die we in hoofdstuk I reeds bij ARISTOTELES hebben aangetroffen, en die, zoals ook HEGEL opmerkt, teruggaat op ANAXAGORAS.

Dat HEGEL tot deze antieke opvatting terugkeert, kan uit twee motieven worden verklaard.

Ten eerste was hij niet minder dan COMTE een encyclopaedische geest; het denkbeeld, dat in verschillende wetenschappen verschillende systemen van logica zouden gelden, kon dus niets aantrekkelijks voor hem bezitten.

Ten tweede stelde slechts het bovenvermelde leerstuk hem in staat, het grote argument tegen de opvatting, volgens welke de loop der geschiedenis door rationele factoren wordt bepaald, op afdoende wijze te ontzenuwen; dit argument luidt: de historische gebeurtenissen worden ook door irrationele, b.v. biologische, geologische en climatologische factoren beïnvloed.

In de genoemde *Vorlesungen* voert HEGEL dan ook het beginsel, volgens hetwelk de loop der geschiedenis door rationele factoren bepaald wordt, als een door de wijsbegeerte te funderen vooronderstelling van het historisch onderzoek in.

„Der einzige Gedanke, den die Philosophie mitbringt, ist aber der einfache Gedanke der Vernuft, dass die Vernunft die Welt beherrsche, dass es also auch in der Weltgeschichte vernünftig zugegangen sei. Diese Ueberzeugung und Einsicht ist eine Voraussetzung in Ansehung der Geschichte als solcher überhaupt; in der Philosophie selbst ist dies keine Voraussetzung. Durch die spekulative Erkenntnis in ihr wird es erwiesen, dass die Vernunft ... die *Substanz* wie die *unendliche Macht,* sich selbst der *unendliche Stoff* alles natürlichen und geistigen Lebens, wie die *unendliche Form,* die Betätigung dieses ihres Inhalts ist."

De betoogtrant, die HEGEL in de geschiedwetenschap evenals in de andere wetenschappen toegepast wil zien, is de *dialectische methode.* Van haar toepassing heeft hij i.h.b. in zijn *Encyklopädie der philosophischen Wissenschaften* (1817) vele voorbeelden gegeven.

Het bovenstaande maakt begrijpelijk, hoe HEGEL er toe kwam, de aristoteliaanse en de newtoniaanse natuurwetenschap tot één geheel te verenigen. Onderstellend, dat beide systemen belangrijke elementen van waarheid bevatten, wilde hij door een dialectische ontwikkeling van deze elementen de superioriteit van zijn methode t.o.v. de aristoteliaanse en de newtoniaanse logica aantonen.

HEGEL heeft ongetwijfeld een belangrijke bijdrage geleverd tot de ontwikkeling van de geschiedenis tot een verklarende wetenschap. Zijn systeem echter, al wordt het nog steeds naarstig bestudeerd, uitgewerkt en uitgedragen, is, evenals de aristoteliaanse natuurwetenschap, buiten de levende wetenschap komen te staan.

Het sub 3) vermelde antwoord op de vraag naar de methode van de geschiedenis als verklarende wetenschap is wellicht het eerst gegeven door J. G. DROYSEN (*Grundriss der Historik,* 1868).

„Nach den Objekten und nach der Natur des menschlichen Denkens sind die drei möglichen wissenschaftlichen Methoden die spekulative, die mathematisch-physikalische, die historische. Ihr Wesen ist: zu erkennen, zu erklären, zu verstehen."

In de eerste beide leden van deze onderscheiding herkennen we de apodictische methode van de wijsbegeerte en de newtoniaans-deductieve van de anorganische natuurwetenschap.

De methodologie van het verstaan is vooral door W. DILTHEY uitgewerkt. Het woord „verstaan" kenmerkt zowel een geesteshouding als een werkwijze en een betoogtrant. Het gemakkelijkst te karakteriseren is de werkwijze. De historicus tracht zich te verplaatsen, zich in te leven, in een bepaalde periode uit het verleden of in een bepaald historische persoonlijkheid; daardoor worden nu de bijzondere cultuurvoortbrengselen van die periode, de afzonderlijke karaktertrekken en handelingen van die persoonlijkheid, verstaanbaar. Verder tracht de historicus door plastische schildering van zijn bevindingen anderen in staat te stellen, deze mee te beleven; zijn betoogtrant is daarom niet deductief, maar suggestief.

Zoveel ter inleiding van de door E. SPRANGER, een leerling van DILTHEY, gegeven omschrijving *(Psychologie des Jugendalters,* 7, Aufl. Leipzig 1926, S. 3).

„Verstehen in allgemeinster Bedeutung heisst: Geistige Zusammenhänge in der Form objektiv gültiger Erkenntnis als sinnvol auffassen. Wir verstehen nur sinnvolle Gebilde. Durch das Merkmal des sinnvollen Zusammenhanges unterscheidet sich die Erkenntnisleistung des Verstehens vom Begreifen und Erklären, z.B. von der Kausalerklärung aus Gesetzen nur äusseren Aufeinanderfolgens. Das Verstehen scheint in den inneren Zusammenhang einzudringen. Es erfasst immer einen Sinn, indem es etwas Geistiges gleichsam mit seinem Leben durchdringt und ausfüllt, und erst auf diesen Totalakten die Erkenntnis des Aktsinnes aufbaut."

Een en ander moge nog worden toegelicht aan de hand van een voorbeeld, dat des te waardevoller is, omdat het niet stamt uit het werk van hen, die de methode van het verstaan bewust toepassen; het is ontleend aan HOBBES' *Leviathan* (part. IV chap. 47).

„And if a man considers the original of this geat Ecclesiastical Dominion, he will easily perceive, that the *Papacy,* is no other, than the *Ghost* of the deceased *Romane Empire,* sitting crowned upon the grave thereof: For so did the Papacy start up on a Sudden out of the Ruines of that Heathen Power."

HOBBES had zich door zijn studie een omvattend inzicht gevormd van het Romeinse Rijk. De instellingen van de Rooms-Katholieke Kerk beschouwend, kon hij deze nu verstaan als ontaarde vormen van de romeinse staatsinstellingen.

Dit voorbeeld toont ook duidelijk het aandeel van emotionele en subjectieve factoren bij het tot stand komen van elk verstaan, waarop de nieuwere methodologen van de historische wetenschappen met zoveel nadruk plegen te wijzen. Inderdaad: een intensief zich inleven in een bepaald object van onderzoek komt niet licht tot stand zonder de inwerking van een emotionele prikkel; en het zich inleven in een bepaald object leidt steeds tot een waarderend stelling nemen ten opzichte ervan. M.i. dient hieruit te worden geconcludeerd, dat de resultaten van het verstaan niet zonder nadere contrôle,

althans niet zonder voorbehoud, aan een wetenschappelijk betoog ten grondslag kunnen worden gelegd.

De zo juist geciteerde opmerking van HOBBES kan bezwaarlijk dienen als uitgangspunt voor een objectieve beschouwing van de instellingen der Rooms-Katholieke Kerk. Het is nu echter mogelijk, dat een rooms-katholiek historicus het zijn kerk als een verdienste wil zien aangerekend, dat zij waardevolle instellingen van het Romeinse Rijk levend heeft gehouden, die zonder haar toedoen verloren zouden zijn gegaan. In dat geval zou klaarblijkelijk de zakelijke overeenstemming van zijn opvatting met die van HOBBES een poging wettigen, op de grondslag van de onderstelling van een continuïteit tussen het Romeinse Rijk en de Rooms-Katholieke Kerk een verklaring te geven van allerlei kerkelijke instellingen, die anders wellicht onbegrepen zouden blijven.

De methode van het verstaan, oorspronkelijk ingevoerd ten behoeve van een verklarende historische wetenschap, geeft de laatste jaren van een opmerkelijke expansiedrang blijk. Zij dringt niet alleen door in de verschillende „geesteswetenschappen", w.o. de wijsbegeerte, maar ook in de biologie. Haar toepassing in de theologisch-juridische wetenschappen is mogelijk geworden, doordat het gezag van de aristoteliaanse apodictica onder invloed achtereenvolgens van de newtoniaanse logica, de hegeliaanse dialectiek, het moderne irrationalisme (NIETZSCHE, BERGSON, JAMES, KLAGES) en pseudo-rationalisme (HUSSERL) allengs verloren was gegaan. Juist de beide laatste groepen voelden zich aangetrokken door de emotionele en subjectieve elementen in het verstaan. In dit verband worde vermeld, dat de methode van het verstaan zich zeer vaak aandient als tegenhanger van de methode der anorganische natuurwetenschap.

Een zo scherpe tegenstelling als men gewoonlijk aanneemt tussen de methode van het verstaan en de werkwijze der anorganische natuurwetenschap is echter in het geheel niet aanwezig. (Zo ook ROTHACKER [1], S. 50: „Zwischen Naturwissenschaften und Geisteswissenschaften besteht von Haus aus kein Streit. Ja, es kann angesichts verbreiteter Missverständnisse gar nicht genug unterstrichen werden, dass sie sehr

weite Strecken allgemein gültiger logischer Verfahrungsweisen gemeinsam haben. Wenn sich ihre Methoden dennoch in gewissen Bezügen in verschiedenen, ja z.T. entgegengesetzten Richtungen entwickelt haben, so liegt in dieser Tatsache an sich kein Anlass zu Konflikten.") Ze schijnt slechts te bestaan, doordat men de *laatste* phase van het natuuronderzoek, de phase der mathematisering, met de *eerste* phase van het historisch onderzoek, de phase der inleving, van het verstaan, pleegt te vergelijken.

Vergelijkt men, zoals billijk is, de phase van het verstaan met de eerste phase van het onderzoek der natuur, dan blijkt de tegenstelling heel wat minder scherp. KEPLER'S geschriften, FARADAY'S *Experimental Researches,* laten ons duidelijk zien, hoe ook de natuuronderzoeker zich tracht in te leven in de door hem bestudeerde verschijnselen, hoe hij zich als het ware identificeert met zijn object; zij laten ook zien, hoe sterke affecten zich daarbij kunnen ontwikkelen.

Omgekeerd heb ik er in het bovenstaande reeds op gewezen, dat in de historische wetenschappen op de phase van het verstaan een phase van kritisch onderzoek behoort te volgen. Beschouwen we nu één der meest rijpe historische wetenschappen, t.w. de vergelijkende taalwetenschap, dan blijkt daar inderdaad reeds een opbouw te zijn bereikt, die in grote trekken met die van de natuurwetenschap kan worden vergeleken.

Zelfs de werkwijze van de wiskunde vertoont punten van aanraking met de methode van het verstaan. Ook in de wiskunde streeft men naar een algemeen gezichtspunt, dat toestaat, de bijzondere resultaten in hun onderling verband te doorzien. Voor haar geldt dus onverminderd het woord van DILTHEY: „Die allgemeinen Wahrheiten bilden nach diesem Standpunkt nicht die Grundlage der Geisteswissenschaften, sondern ihr letztes Ergebnis" (Gesammelte Schriften, VII, Leipzig 1927, S. 99). Een fraai voorbeeld levert het door F. KLEIN in de meetkunde ingevoerde groepentheoretische gezichtspunt.

Die hier verdedigde opvatting van een bij alle verschil in verschijningsvorm diepliggende verwantschap tussen de me-

thode van het verstaan en de werkwijze van de zgn. exacte wetenschappen vindt nu kracht en steun in historische overwegingen. De oorsprong van de moderne methodologie der historische wetenschap wordt gevonden bij G. B. VICO (1668—1744; verg. E. ROTHACKER, *Logik und Systematik der Geisteswissenschaften,* München-Berlin 1927, S. 15); deze sprak de grondgedachte van de methode van het verstaan reeds met alle gewenste duidelijkheid uit.

„ „Le monde policé" disait VICO „a été fait par les hommes, c'est pourquoi on peut en retrouver les principes dans les modifications de notre intelligence humaine." Et il ajoutait que la science procède dans ce domaine, comme fait le géomètre qui contemple des grandeurs qu'il a construites lui-même" (naar F. ENRIQUES [1], p. 49).

Deze gedachte is echter klaarblijkelijk ontleend aan HOBBES, die al veel eerder had geschreven: „Slechts van die dingen is wetenschap door zulk een bewijs a priori den mensen vergund, welker voortbrenging afhankelijk is van hun vrije beslissing; en zo hebben wij de meetkunde en is deze bewijsbaar op deze grond, dat wij de meetkundige figuren zelf scheppen." (Een dergelijke opvatting reeds bij PLOTINUS.)

De oorsprong van de methodologie van het verstaan is dus HOBBES' *methodologie van de wiskunde.*

Het ontstaan van de methodologie van het verstaan uit HOBBES' methodologie van de wiskunde vindt een merkwaardige tegenhanger in het ontstaan van BACON'S in hoofdstuk II besproken methodologie der natuurwetenschap; de *interpretatio naturae* is immers klaarblijkelijk geïnspireerd op de humanistische philologie, die in BACON een waardig vertegenwoordiger vond.

Vóór ik nu overga tot de bespreking van de verhouding van de anorganische natuurwetenschap tot de biologie, die in dit verband belangrijk is als schakel tussen de zgn. exacte en de zgn. geesteswetenschappen, moge ik de slotsom uit bovenstaande beschouwingen als volgt formuleren.

De historische wetenschappen zijn bezig, zich van beschrijvende tot verklarende wetenschappen te ontwikkelen. Zij

hebben daartoe de mogelijkheid gekregen door het aanvaarden van de methode van het verstaan, een methode, die niet in een wezenlijke tegenstelling staat tot de werkwijze der natuurwetenschap.

Deze methode dringt ook door in de wetenschappen van de theologisch-juridische groep, i.h.b. in de wijsbegeerte en in de psychologie, en verdringt daar de aristoteliaanse apodictica, die toch reeds een belangrijk deel van haar invloed had ingeboet, hoewel een groot deel van de probleemstelling van de wijsbegeerte en i.h.b. van de metaphysica haar zin ontleent aan de aristoteliaanse modaliteitslogica. Met de apodictica valt echter een hoge scheidsmuur tussen de natuurwetenschap en de zgn. geesteswetenschappen.

Het probleem van de onderlinge verhouding van anorganische natuurwetenschap en biologie is nog altijd een van de meest fascinerende vraagstukken van de wetenschapsleer. Naar het me voorkomt, kan dit probleem in hoofdzaak tot twee vragen worden herleid:

a) gelden voor het levend organisme de wetten der anorganische natuur?

b) zo ja, kan dan uit die wetten een verklaring van de levensverschijnselen worden verkregen?

Men kan deze beide vragen van twee tegengestelde richtingen trachten te benaderen; men kan van biologisch standpunt uit de anorganische natuurwetmatigheid aan een onderzoek onderwerpen; men kan ook van het standpunt van de anorganische natuurwetenschap uit de biologie beschouwen. De eerste beschouwingswijze treft men uiteraard in de eerste plaats bij de biologen aan. Men vindt bij hen, zoals a priori te verwachten is, in hoofdzaak drie opvattingen.

1) de opvatting van hen, die vraag *a*) ontkennend beantwoorden, waardoor vraag *b*) natuurlijk haar zin verliest;

2) de opvatting van hen, die vraag *a*) bevestigend, vraag *b*) ontkennend, beantwoorden;

3) de opvatting van hen, die ook vraag *b*) bevestigend beantwoorden.

De eerste opvatting vindt men bij de radicale *vitalisten,* onder wie in de eerste plaats H. DRIESCH en J. VON UEXKÜLL moeten worden genoemd.

Volgens de vitalisten gelden in het levend organisme andere natuurwetten dan in de anorganische natuur; de levende stof is volgens hen aan invloeden onderhevig, die in de levenloze natuur niet aan te treffen zijn.

„Gewss soll man den Mechanismus, der jeder Tierhandlung zu grunde liegt, bis ins Einzelne erforschen — man soll aber nicht glauben, hierdurch den Bauplan des Lebewesens erforscht zu haben. Denn dieser muss das Umschlagen des einen Mechanismus in den anderen mit umfassen. Dazu ist aber die Anerkennung von Faktoren nötig, die in dem zur Zeit gegebenen Mechanismus nicht enthalten sind — die ihrem Wesen nach übermechanisch sind" (J. VON UEXKÜLL [1], S. 13).

Aan deze beschouwingen ligt echter een onjuist denkbeeld omtrent de aard en de draagwijdte van de anorganische natuurwetten ten grondslag; zo lezen wij:

„Als man um die Mitte des vergangenen Jahrhunderts die gesamten Naturerscheinungen auf zwei Faktoren — Kraft und Stoff — zurückführte, hat man den dritten Faktor, nämlich die Form, einfach übersehen.

„Man nahm an, dass die physikalischen und chemischen Prozesse genügten, um die Kristallbildung zu erklären...

„Die Kristallbildung weist eindringlich auf einen „autonomen" Naturfaktor hin, der keineswegs dem Gesetz der Erhaltung der Energie gehorcht, sondern einer ganz andersartigen Gesetzmässigkeit unterworfen ist" (l.c. Ss. 19—21).

Deze opvatting is volkomen onjuist. Er is geen enkele grond voor de onderstelling, dat de kristalvorming niet verklaarbaar zou zijn op de grondslag van de anorganische natuurwetten.

Gewezen moge nog even worden op een eigenaardig misverstand, dat ook in andere gevallen de discussies over de verhouding van physica en biologie vertroebelt, de mening nl., dat de wet van het behoud van de energie de meest algemene wet der anorganische natuur zou zijn. Deze wet is, als bekend, slechts een bijzondere — zij het zeer belangrijke — gevolgtrekking uit de algemene beginselen der natuurwetenschap.

We lezen verder:

„Die vom Techniker gebaute Maschine ist nicht lebendig. Sie könnte sich weder von selbst aufbauen, noch kann sie sich selbst auf die Dauer leistungsfähig erhalten.

„Jede Maschine bedarf eines ausserhalb ihrer stehenden Faktors, der sie formt und in Form erhält — sie ist dauernd einer fremden Gesetzlichkeit unterworfen. Das Lebewesen aber vermag beides, es entsteht und besteht, dank seiner Eigengesetzlichkeit. Der bei der Maschine aussenstehende Faktor ist in den Bauplan der Lebewesen mit eingewoben. Daher unterscheiden sich ihre Baupläne grundsatzlich von den Bauplänen aller Mechanismen.

„In dem jetzt überwundenen Zeitalter des Mechanismus wollte man das nicht einsehen. Die Tatsachen haben uns zu dieser Einsicht gezwungen — der Vitalismus hat über den Mechanismus triumphiert" (l.c. Is. 10—11).

Deze beschouwingen berusten op de verwarring van *machine* en *mechanisme,* die telkens opnieuw de discussies over het thema *mechanicisme-vitalisme* vertroebelt.

Laat ons — in overeenstemming met het spraakgebruik — onder *mechanisme* verstaan elk stoffelijk stelsel, welks toestandsveranderingen kunnen worden verklaard met behulp van de wetten der anorganische natuurwetenschap; onder *machine* elk mechanisme, dat door den mens doelbewust wordt vervaardigd en als werktuig gebruikt. Dan is elke machine een mechanisme, maar niet elk mechanisme is een machine.

Nu is reeds ARISTOTELES bij zijn natuuronderzoek van de beschouwing van machines uitgegaan; deze leidde hem tot het opstellen van de vier bekende oorzaken of verklaringsgronden (ἀρχαί): stof, vorm, werkoorzaak, doel.

Dit schema toepassend op het levend organisme, merkte de Stagiriet een belangrijk verschil op tussen organisme en machine; bij de laatste was het doel uitwendig, bij het eerste daarentegen inwendig (ἐντελέχεια). Deze vergelijking van organisme en machine is voor het vitalisme altijd kenmerkend gebleven. Dit legt immers de nadruk op de doelgerichtheid, die in organisme en machine gelijkelijk aanwezig is; terecht merkt DRIESCH ([3], S. 420) op, „dass... gerade die *vitalistische*

Lehre als „Maschinentheorie" bezeichnet zu werden verdiente."

Wanneer nieuwere auteurs, op het voetspoor van DESCARTES, de teleologie verwerpend, het levend organisme als een „machine" of een „automaat" betitelen, dan bedoelen ze hiermee, dat volgens hen het organisme een mechanisme is, zodat het mogelijk moet zijn, de levensverschijnselen op grond van de wetten der anorganische natuur te verklaren.

Als sterkste argument tegen dit mechanicisme (vaak verwarrend als de „machinetheorie van het leven" betiteld) geldt van oudsher de opvallende doelgerichtheid van de levensverschijnselen.

Een poging, om dit argument te ontzenuwen, heeft, als bekend, CH. DARWIN gedaan met zijn theorie van de natuurlijke teeltkeus. [F. J. J. BUYTENDIJK, *Grondproblemen van het dierlijk leven,* Antwerpen 1938, blz. 140, keert dan ook de zaak om, als hij schrijft: „Er is een tijd geweest, dat men — mede onder invloed van Darwin's natuurbeschouwing — alle eigenschappen der dieren als *doelmatig* aanzag".]

Op de mérites van het Darwinisme behoeven we hier niet in te gaan. We hebben immers in hoofdstuk VI reeds gezien, dat het mogelijk is, de anorganische natuurwetten zèlf op teleologische wijze te formuleren. Dan is echter niet in te zien, waarom die wetten ons niet in staat zouden stellen, de in de organische natuur optredende doelgerichtheid te verklaren.

De positie van het vitalisme moet dan ook als zwak worden gekenmerkt; dat de door DRIESCH opgestelde „bewijzen" voor het vitalisme (men zie daarover DRIESCH [1]) geen steek houden, is reeds van zeer verschillende zijde (o.a. door W. KÖHLER, H. J. JORDAN, W. BURKAMP, M. HARTMANN) opgemerkt.

Meer gangbaar is dan ook — in tal van variaties — de opvatting sub 2) vermeld. Zo lezen we bij BUYTENDIJK (l.c. blz. 19):

„Een dergelijke pseudo-biologie — t.w .een biologie, die den bioloog maakt tot „een onderzoeker van de samenstelling van het lichaam, van de hulpmiddelen, die voor de uitvoering der functies beschikbaar zijn" — bestaat echter alleen in theo-

rie; in werkelijkheid is het prijsgeven van een verklaring der levensverschijnselen met behulp van de begrippen der physico-chemie in de biologie reeds sinds lang geschied.

„Zelfs de physioloog, die meent dat dit of dat *orgaan* krachtens zijn machinale bouw en eenvoudige functie een mechanistische verklaring wel zal toelaten en het dus wenselijk is naar zulk een verklaring te streven, weet zeer wel, dat de physiologie als geheel, zij het betrokken op dierenleven, zij het op een verstaan van den gezonden en zieken mens, aan physico-chemie niet genoeg heeft.

.....

„Zeker zijn er nog vele physiologen, die *gevraagd* om rekenschap af te leggen van hun methodische instelling, geneigd zijn te betogen, dat hun streven gericht is op een uiteindelijke physische verklaring der levensverschijnselen, maar in hun arbeid spreken ook deze onderzoekers over prikkelbaarheid en regulatie, over autonomie, spontane activiteit, reactiviteit, vermoeidheid en herstel enz.; over *levens*verschijnselen dus."

Het komt me intussen voor, dat de vraag, die ons thans interesseert, hier in de grond buiten beschouwing wordt gelaten. Immers, ook al is men van opvatting, dat een verklaring van de levensverschijnselen op grond van de anorganische natuurwetten mogelijk is, dan kan men toch zeer goed van mening zijn, dat het biologisch onderzoek niet in de eerste plaats door het zoeken van zulk een verklaring beheerst behoort te worden.

Nog enkele decennia geleden had men kunnen schrijven:

„Een dergelijke pseudo-chemie bestaat echter alleen in theorie; in werkelijkheid is het prijsgeven van een verklaring der scheikundige verschijnselen met behulp van de begrippen der physica in de chemie reeds sinds lang geschied.

„Zelfs de chemicus, die meent dat dit of dat *zout* krachtens zijn splitsing in ionen en eenvoudige kristalvorm een mechanistische verklaring wel zal toelaten en het dus wenselijk is, naar zulk een verklaring te streven, weet zeer wel, dat de chemie als geheel, zij het betrokken op anorganische, zij het op organische verbindingen, aan physica niet genoeg heeft.

.....

„Zeker zijn er nog vele scheikundigen, die *gevraagd* om rekenschap af te leggen van hun methodische instelling, geneigd zijn te betogen, dat hun streven gericht is op een uiteindelijke physische verklaring der chemische verschijnselen, maar in hun arbeid spreken ook deze onderzoekers over verbinding en ontleding, over oxydatie, reductie, affiniteit en katalyse enz.; over *chemische* verschijnselen dus."

Niettemin is op grond van de quantummechanica een physische verklaring van de chemische verschijnselen mogelijk gebleken.

Men kan met het poneren van een onmogelijkheid niet voorzichtig genoeg zijn. Er zijn mij maar enkele gevallen bekend, dat zulk een stelling werkelijk afdoend kon worden gefundeerd. Ik noemde in hoofdstuk reeds het door LORENTZ en POINCARÉ geleverde bewijs van de onmogelijkheid van een afleiding van de stralingswet van PLANCK op de grondslag van de klassieke mechanica en electrodynamica. Te noemen ware verder nog POINCARÉ'S bewijs van de onmogelijkheid van een oplossing van het zgn. *probleem der drie lichamen* door middel van convergente reeksontwikkeling. Op zuiver wiskundig terrein zijn meer voorbeelden te geven, o.a. het bewijs voor de onmogelijkheid van de trisectie van een willekeurige hoek met passer en lineaal. Vaak echter wordt een dergelijke stelling reeds spoedig door de feiten gelogenstraft. Zo schreef de astronoom J. J. DE LALANDE in 1781: „Il est absolument prouvé qu'il est impossible à l'homme de s'élever et même de se tenir dans l'air en se servant d'ailes artificielles ou par tout autre système..... Ne cherchons point à violenter les règles de la Nature..." In 1782 maakte MONTGOLFIER de eerste ballonvaart (naar A. KOREVAAR [1])!

In zijn *Cours de philosophie positive* (t. I leçon XIX, geciteerd naar het résumé van E. RIGOLAGE) schreef A. COMTE: „Il serait téméraire de fixer dans chaque science les bornes de la connaissance: on les placerait trop près ou trop loin... Mais, malgré les espérances dues à la création de la thermologie mathématique par Fourier, je n'en persiste pas moins à regarder toute notion sur les températures moyennes des astres comme devant nous être toujours interdite". In die tijd was de

spectroscoop reeds in gebruik, die later zulke kostbare gegevens over de temperaturen der sterren zou verschaffen.

Een opvatting, die zeer dicht staat bij het mechanicisme, is het *holisme,* dat vooral door Ad. MEYER [1] met klem is verdedigd. Deze auteur schrijft o.a.:

„Dann bleibt uns noch die Hoffnung, dass wir vielleicht umgekehrt die physikalischen Prinzipien und Gesetze aus den biologischen ableiten können..... Die Methode dieser Ableitung kann man am besten als simplifizierende Deduktion charakterisieren. Ihr Wesen besteht darin, die biologischen Erscheinungen als solche direkt in mathematische Formeln zu bringen. Wenn man dann aus solchen biologischen Gleichungen jeweils alle Momente eliminiert, die für den besonderen biologischen Fall charakteristisch sind, dann bleibt eine vereinfachte Formel übrig, die... mit dem entsprechenden physikalischen Gesetz identisch sein muss".

Een vergelijking van de door MEYER bedoelde soort zou b.v. de vorm van de door F. G. DONNAN opgestelde differentiaalintegraalvergelijking

$$\frac{dc}{dt} = K_1 f_1(c) + K_2 \int_{\lambda - t}^{t} f_2(c)\ dt$$

kunnen hebben, die in haar algemene gedaante voor levende en in ruimere zin „historische" systemen zou gelden. Neemt men i.h.b. $K_2 = 0$, dan krijgt men een vergelijking van de vorm

$$\frac{dc}{dt} = K_1\ f_1(c),$$

die voor de anorganische natuurverschijnselen kenmerkend is.

MEYER noemt als voorbeeld de formule, die het vallen van een kat beheerst. Deze formule moet volgens hem de valwet voor een levenloos lichaam als bijzonder geval insluiten.

Tegen deze opvattingen van MEYER is een merkwaardig bezwaar aangevoerd door M. A. BRUNA ([1], blz. 50):

„Want het is toch wel duidelijk, dat hier twee onvergelijk-

bare dingen met elkaar in al te nauw verband worden gebracht. De kat beantwoordt ongetwijfeld aan de wetten van Galilei, omdat zij evengoed de inwerking der zwaartekracht ondervindt als elk ander stoffelijk voorwerp, en deze, door anorganische krachten veroorzaakte, „transiënte" beïnvloeding laat dan ook een mathematische formulering toe. Als levend wezen echter vertoont het dier een actief reageren op een reeks van zintuigprikkels, dat getuigt van een heel andersoortige wetmatigheid. De immanente, geheel op zelfbehoud gerichte finaliteit, die daarin tot uiting komt op zulk een soepele en gevariëerde wijze, laat zich dan ook zeker niet in starre formules vastleggen."

Deze — door BRUNA slechts met een „dan ook zeker niet" gemotiveerde — verwerping van een mathematische formulering der organische wetmatigheid kan alleen historisch worden begrepen. We hebben in hoofdstuk VI gezien, dat de modale logica van ARISTOTELES in de physica na zeer harde strijd voor de newtoniaanse logica heeft moeten plaats maken, waardoor de physica een zgn. mathematische wetenschap is geworden. Een soortgelijke strijd, als drie eeuwen geleden in physica werd uitgevochten, vindt op het ogenblik op het terrein van de biologie plaats. Thans heet het, dat juist de physica van nature het geschikte gebied vormt voor de toepassing van de newtoniaanse logica, maar dat deze in de biologie niet tot goede resultaten kan leiden.

Intussen heeft de toepassing van wiskundige hulpmiddelen in de biologie reeds zulk een omvang aangenomen, dat de ontwikkeling van de biologie tot een mathematische wetenschap, vergelijkbaar met de astronomie, de physica, de chemie, zeker tot de mogelijkheden moet worden gerekend.

Zulk een ontwikkeling vereist geenszins de verklaring van de levensverschijnselen op de grondslag van de wetten der anorganische natuur, zoals de mechanicisten, of op de grondslag van meer algemene natuurwetten, zoals de holisten, nastreven. Mogelijk, en zelfs waarschijnlijk, is, dat men zal komen tot een *phaenomenologische behandeling* van de levensverschijnselen, vergelijkbaar met de thermodynamische behandeling van de warmteverschijnselen. Aanwijzingen in deze

richting vindt men b.v. in het reeds geciteerde werk van BUYTENDIJK.

Het komt me voor, dat er tegen de opvatting van MEYER moeilijk steekhoudende principiële bezwaren kunnen worden aangevoerd. Natuurlijk kan het holistisch programma alleen als een desideratum worden aangemerkt. Of er ooit algemene natuurwetten van de door MEYER bedoelde aard zullen worden gevonden, is uiteraard een open vraag. Zelfs het zoeken naar dergelijke wetten is op het ogenblik waarschijnlijk praematuur.

De ontwikkeling van de biologie zal wellicht het meest gebaat zijn bij het gelijktijdig toepassen van drie verschillende methodes van onderzoek:

1) phaenomenologische behandeling van de verschijnselen, die aan de integrale organismen op te merken zijn;

2) physico-chemisch détail-onderzoek van bijzondere levensverschijnselen, die zich daartoe om een of andere reden goed lenen;

3) experimentele of theoretische constructie van anorganische systemen met eigenschappen, die op één of meer punten overeenstemmen met of analoog zijn aan de eigenschappen van de organismen („modelproeven").

De laatste methode is altijd kenmerkend geweest voor de biologen van de mechanicistische richting. Onderzoekingen volgens deze methode zijn verricht door N. RASHEVSKY (een overzicht in: *Physico-mathematical methods in biological and social sciences,* Erkenntnis *6,* 1937). De onderzoekingen van onzen landgenoot L. W. JANSSEN (een overzicht in JANSSEN [1]) kunnen wellicht het best in dit verband worden genoemd. De overtuiging, dat de grote wetten van de anorganische natuur ook in het levend organisme van kracht zijn, is ondubbelzinnig uitgesproken en experimenteel gestaafd door den physioloog W. J. CROZIER ([1]).

„Nous avons discuté ici le problème fondamental du déterminisme. Les performances des organismes sont-elles de caractère déterminé? La doctrine mécaniste l'exige, et veut que ce déterminisme soit du même ordre que celui des lois statistiques qui gouvernent les phénomènes physiques de masses."

CROZIER beantwoordt de door hem gestelde vraag op grond van de uitgevoerde experimenten in bevestigende zin. Er moge echter op worden gewezen, dat de door hem bedoelde statistische gedetermineerdheid niet in tegenstelling staat tot het door de quantumtheorie aangenomen indeterminisme en de daardoor teweeggebrachte spontaneiteit in de atomaire processen, waarop JORDAN zich bij zijn aanstonds te bespreken beschouwingen over de levensverschijnselen beroept.

De laatstgenoemde onderzoekingen vormen reeds een overgang naar het werk van die geleerden, die zich plaatsen op het standpunt van de anorganische natuurwetenschappen en van daar uit de problemen der biologie beschouwen.

Het sterkste argument tegen de mogelijkheid van een verklaring van de levensverschijnselen op de grondslag van de anorganische natuurwetten is gelegen, niet in de doelgerichtheid van de levensprocessen, maar in de kenmerkende spontaneiteit, die aan de gedragingen van de levende organismen eigen is, en die in haar hoogste vorm den mens als *wilsvrijheid* bewust wordt.

Deze spontaneiteit van de levende organismen was met de beginselen van de klassieke natuurwetenschap onverenigbaar. Het bekende voorbeeld daarvoor is de ezel van BURIDAN, die, geplaatst tussen twee schelven hooi, gedoemd was, van honger om te komen. De pogingen van COURNOT, BOUSSINESQ en DE SAINT-VENANT, om op de grondslag van de klassieke mechanica de mogelijkheid van het tegendeel aan te tonen, hebben geen resultaat opgeleverd (men zie daarover E. DU BOIS-REYMOND'S beroemde rede *Die sieben Welträthsel,* 1880).

Pascuale JORDAN *(Die Physik und das Geheimnis des organischen Lebens,* Braunschweig 1941) heeft er op gewezen, dat deze moeilijkheid zich niet meer voordoet, wanneer men niet van de klassieke, doch van de quantummechanica, uitgaat. De atomaire processen vertonen nl. op kleine schaal een spontaneiteit, die vergelijkbaar is met de spontaneiteit, die ons opvalt in de gedragingen der levende organismen.

Om nog eens aan te knopen bij het reeds genoemde voorbeeld: ook al is de ezel volkomen symmetrisch geplaatst t.o.v.

de lichtbron, dan zullen toch de aantallen lichtquanta, die gedurende zeker kort tijdsverloop zijn linker- en zijn rechteroog treffen, niet precies gelijk zijn. Nu is te betwijfelen of een kleine overmaat van lichtquanta, die het netvlies van het linkeroog zou treffen, in staat is, de ezel tot activiteit te prikkelen. Men kan nu echter de onderstelling maken, dat de ezel beschikt over een orgaan, waarvan de werking in beginsel overeenstemt met die van de versterker van een radio-apparaat. Dit orgaan zou dan de zwakke prikkel, door de overmaat van lichtquanta op het netvlies teweeggebracht, in zulk een mate kunnen versterken, dat een reactie van de ezel het gevolg zou zijn. Door die reactie zou nu de ban der symmetrie gebroken en de „keuze" van een der beide schelven hooi mogelijk worden. Of nu bij de ezel een orgaan, als door JORDAN beschreven, in feite aanwezig is, doet in beginsel niet eens zoveel te zake. Het belangrijkste is, dat het krachtigste argument, dat voorheen kon worden aangevoerd tegen de mogelijkheid van een verklaring der levensverschijnselen met behulp van de wetten der anorganische natuur, niet langer steek blijkt te houden, als men van de quantummechanica uitgaat.

De beschouwingen van JORDAN hebben van neo-positivistische zijde (zie ERKENNTNIS 5, 1936) scherpe kritiek uitgelokt. Zo sprak E. ZILSEL van „P. Jordans Versuch, den Vitalismus quantenmechanisch zu retten." O. NEURATH sprak over „das Streben, gewisse Thesen traditioneller Schulphilosophie, die nicht einmal sauber herauspräpariert wurden, durch recht vage Analogien und Vermutungen — wobei eine Menge metaphysischer Formulierungen mit unterläuft —, mit der so sauberen Quantentheorie zu verbinden."

H. REICHENBACH oordeelde meer bezadigd.

ZILSEL en NEURATH hebben de strekking van JORDAN'S beschouwingen volkomen miskend. Deze beogen klaarblijkelijk niet, het vitalisme te redden, ze willen integendeel een obstakel wegnemen voor de verklaring van de levensverschijnselen op de grondslag van de anorganische natuurwetenschap.

Ook de grootmeester van de quantumtheorie, Niels BOHR, heeft naar aanleiding van de ontwikkeling van de atoomphysica gewezen op de betekenis van haar begripsvormingen voor

de beoordeling van de vraag naar de verhouding van physica en biologie. Daarbij heeft hij zich inzonderheid beroepen op het *beginsel der complementariteit,* dat we in hoofdstuk IV hebben leren kennen.

Volgens dit beginsel was het niet mogelijk, de atomaire processen tegelijk als causaal gedetermineerd en als in ruimte en tijd verlopend op te vatten. Alleen als men dit beginsel in het oog hield, bleek een niet-contradictore behandeling van de atomaire processen gegeven te kunnen worden. Het was mogelijk, het punt aan te wijzen, waar de causale analyse van de atomaire processen, beschouwd als verlopend in ruimte en tijd, haar grens vond: dit punt werd gemarkeerd door de onbepaaldheidsrelaties van HEISENBERG.

Ieder experiment, dat beoogde, de impuls van een stofdeeltje of lichtquantum met een zekere nauwkeurigheid te bepalen, bracht noodzakelijk in de plaats daarvan een zekere onbepaaldheid teweeg, en omgekeerd.

Zoals er twee „complementaire" manieren bestaan, om de atomaire processen te beschouwen, nl. de causale beschouwing en de beschouwing in ruimte en tijd, beide onmisbaar, maar niet gelijktijdig te verwezenlijken, zo zijn er ook twee manieren, om de levensverschijnselen te beschouwen. Ten eerste kan men de levensverschijnselen atoomphysisch beschouwen; ten tweede kan men ze teleologisch of holistisch beschouwen, d.w.z. in hun betrekking tot het organisme in zijn geheel; deze beide beschouwingswijzen zijn volgens BOHR onverenigbaar en toch beide voor de studie van de organische natuur onmisbaar.

Het ligt nu voor de hand, deze beide beschouwingswijzen, naar analogie van het complementariteitsbeginsel der atoomphysica, als *complementair* te beschouwen in deze zin, dat een experiment met een levend organisme, dat ons in staat stelt, de éne beschouwingswijze toe te passen, noodzakelijk de toepassing van de andere beschouwing onmogelijk maakt. BOHR drukt zich als volgt uit ([2]):

„Soweit wir überhaupt imstande sind, das Verhalten von Atomen in Organismen unter ähnlichen Versuchsbedingungen zu verfolgen wie in grundlegenden Experimenten der Atom-

physik, können wir es selbstverständlich nur mit den durch diese aufgedeckten Gesetzmässigkeiten zu tun haben, die — ungeachtet ihrer, der klassischen Physik fremden Züge von Individualität — uns offenbar kein Verständnis bringen für die sogenannten holistischen oder finalistischen Merkmale der Lebensaktivitäten. Die einzige logische Möglichkeit, jeden Widerspruch zwischen der Formulierung der Gesetzmässigkeiten der Physik und der für die Beschreibung der Lebenserscheinungen zweckmässigen Begriffsbildungen zu vermeiden, dürfte daher in dem wesentlich verschiedenen Charakter der Versuchsumstände zu suchen sein. Bei einer früheren Gelegenheit habe ich versucht, diesen Sachverhalt in der Weise auszudrücken, dass jede denkbare Versuchsanordnung, die dazu eingerichtet wäre, das Verhalten der den Organismus bildenden Atome in so weitem Umfang zu verfolgen wie es die Beobachtungs- und Definitionsmöglichkeiten der Physik zulassen, mit der Aufrechterhaltung des Lebens unverträglich wäre, in ganz ähnlicher Weise wie alle Versuchsergebnisse, die durch eine Messanordnung zu gewinnen wären, welche eine eingehende Kontrolle des raumzeitlichen Verhaltens der Bausteine der Atome und Moleküle erlauben würde, in einem komplementären Verhältnis stehen zu allen Ergebnissen, die unter Umständen gewonnen werden können, welche die für die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Stoffe massgebende Stabilität solcher Atomstrukturen zu studieren erlauben."

Ook in deze beschouwingen moet men geen argumenten ten gunste van het vitalisme zoeken. Evenmin als de complementariteit, die de atoomphysische verschijnselen kenmerkt, behoeft te leiden tot de onderscheiding van twee wetenschappen, waarvan de ene de atomaire processen in hun causale gedetermineerdheid, de andere dezelfde processen in hun verloop in ruimte en tijd zou bestuderen, evenmin is in de onderstelling van een complementariteit tussen de atoomphysische en de holistische beschouwing een argument te vinden voor de onderscheiding van twee takken van biologisch onderzoek, waarvan de ene zich van de hulpmiddelen van de atoomphysica zou bedienen, de andere door holistische of finalisti-

sche beschouwingen zou worden gekenmerkt. Integendeel, juist de complementariteit moet een harmonisch samengaan van atoomphysica en holisme, c.q. teleologie, mogelijk maken.

Dit wordt duidelijker, als we terugdenken aan de verhouding van de corpusculaire en de undulatoire beschouwingswijze. Deze leken op het eerste gezicht volkomen onverenigbaar en waren toch voor de behandeling van de atomaire processen beide onmisbaar. Nu kon echter op grond van de onbepaaldheidsrelaties van HEISENBERG worden ingezien, dat voor de verklaring van een bepaald experimenteel resultaat steeds slechts één der beide beschouwingswijzen in aanmerking komt, zodat in concreto een collisie in beginsel onmogelijk is. De beide beschouwingswijzen waren, m.a.w., complementair en dit maakte de opbouw mogelijk van de quantummechanica, die de beide beschouwingswijzen omvat.

De complementariteit van atoomphysica enerzijds en holisme of teleologie anderzijds kan nog onder een ander gezichtspunt worden beschouwd.

De holistische beschouwingswijze staat, zoals MEYER nadrukkelijk verzekert, niet in een tegenstelling tot de (macrophysische) anorganische natuurwetmatigheid, doch sluit deze als grensgeval in. De teleologie vormt, zoals we in hoofdstuk VI hebben gezien, slechts een bijzonder aspect van de voor de klassieke macrophysica kenmerkende causaliteit.

Voor de zgn. „Gestalttheorie" van de organismen heeft één van haar leidende vertegenwoordigers, Wolfgang KÖHLER, bij herhaling betoogd, dat ze geen beroep behoeft te doen op beginselen, die vreemd zouden zijn aan de anorganische natuurwetenschap. „Kein Gedanke ist hierbei verwendet, den nicht der Physiker anerkennen müsste, selbst wenn die Konsequenzen auf organischem Gebiet ihn selbst zunächst überraschen." Ook KÖHLER acht een tegenstelling tussen (macro-) physische causaliteit en organische teleologie niet aanwezig: „Man darf vermuten, dass auf diese Art die „Zweckmässigkeit" und „Zielstrebigkeit" organischer Differenzierungs- und Wachstumsvorgänge zu kausal bestimmtem Geschehen in kommunizierenden Systemen wird, deren innere Dynamik im

Ganzen auf Gleichgewichte hindrängt" (citaten naar BRUNA, [1], blz. 42).

Houden we nu in het oog, dat er tussen holisme, teleologie en „Gestalttheorie" enerzijds en de voor de klassieke physica kenmerkende causaliteit anderzijds geen tegenstelling bestaat, dat deze causaliteit volgens het *correspondentiebeginsel* in macrophysische systemen haar geldigheid behoudt, en dat de organismen in hun geheel zonder bezwaar als macrophysische systemen kunnen worden beschouwd, dan komt men tot de conclusie, dat het niet nodig is, de door BOHR gepostuleerde complementariteit tussen de atoomphysische en de holistische (teleologische, „gestalttheoretische") beschouwingswijze als een *nieuwe* complementariteit op te vatten. Men kan haar m.i. zonder bezwaar vereenzelvigen met de complementariteit, die bestaat tussen de beschouwing van de atomaire processen als in ruimte en tijd verlopend en de voor de klassieke physica kenmerkende, volgens de quantumtheorie alleen voor macrophysische systemen toelaatbare, causale beschouwingswijze.

Dat BOHR evenmin als JORDAN — merken we ter voorkoming van misverstand nog even op, dat de beschouwingen van den laatsten hun oorsprong hebben in de denkbeelden van den eerste — de bedoeling heeft, een lans te breken voor het vitalisme, moge nog uit zijn eigen woorden blijken.

„Während der Komplementaritätsgesichtspunkt jeden Kompromiss mit irgendeinem antirationalistischen Vitalismus ablehnt, dürfte er gleichzeitig geeignet sein, gewisse Vorurteile in der sogenannten mechanistischen Auffassung zu entschleiern. Einerseits wäre jedes Versagen wohldefinierter Gesetzmässigkeiten im organischen Leben — wie der oft missverständlich behauptete Widerspruch der Lebensaktivitäten zu den Hauptsätzen der Wärmetheorie — nach diesem Gesichtspunkt ausgeschlossen, anderseits dürfte jedes Verlangen nach einer Analogie zwischen der Existenz des Lebens selbst und solchen Gesetzmässigkeiten als irrationell abzuweisen sein. Wie schon..... betont, wird also mit diesem Sachverhalt keinerlei Einschränkung der physikalisch-chemischen Beschreibungs- und Untersuchungsmethoden in der Biologie verbunden; vielmehr bleibt die zweckmässige Anwendung solcher

Methoden — ähnlich wie auch in der Atomphysik alle Erfahrungen auf klassisch beschriebenen Versuchsanordnungen beruhen müssen — unsere einzige nie zu erschöpfende Quelle der Erforschung der biologischen Erscheinungen.

„Infolge der Tendenz, innerhalb der zur Beschreibung materieller Systeme angepassten Begriffsbildungen für die Lebenserscheinungen Platz zu schaffen, steht die angedeutete Einstellung ganz fern von jedem Versuch, das Versagen der Kausalbeschreibung in der Atomphysik in spiritualistischem Sinn auszuwerten....."

Het is wellicht goed, dat ik nog even wijs op het speculatief karakter van de beschouwingen van BOHR en JORDAN. Wij hebben hier niet te maken met dwingende gevolgtrekkingen uit de moderne atoomtheorie; er wordt slechts gewezen op mogelijkheden, die op grond van de quantummechanica aanwezig geacht kunnen worden, maar die volgens de klassieke physica niet bestonden. Of de biologie de weg zal inslaan, die volgens deze beschouwingen voor haar open ligt, zal moeten worden afgewacht; alleen de resultaten van het empirisch onderzoek kunnen in dit opzicht de beslissing brengen.

Toch kan de betekenis van dergelijke speculaties, zolang daarbij uitsluitend zuiver wetenschappelijke overwegingen zich laten gelden, moeilijk te hoog worden aangeslagen. We hebben al gezien, dat dergelijke speculaties meer dan eens door nader onderzoek op eclatante wijze zijn bevestigd. Haar waarde ligt echter vooral in de stimulus voor verdere discussie en verder onderzoek, die ze in zich dragen.

De ook door BOHR aangevoerde — en in ontkennende zin beantwoorde — vraag, of de processen in het levende organisme inbreuk kunnen maken op de hoofdwetten van de thermodynamica, is zeer vaak aan de orde gesteld.

Wat de eerste hoofdwet — de wet van het behoud der energie — betreft, haar geldigheid óók voor de levensprocessen wordt niet slechts niet in twijfel getrokken, ze vormt ook een van de steunpilaren van de physiologie, i.h.b. van de voedingsleer met haar waardering van de voedingswaarde in calorieën. Anders is het gesteld met de tweede hoofdwet. Hier zijn bezwaren gerezen, vooral toen de door BOLTZMANN gegeven

statistische interpretatie van deze wet bekend werd. Volgens deze interpretatie komt in de tweede hoofdwet van de thermodynamica het streven van de natuur naar chaotisering en nivellering tot uiting.

Een voorbeeld moge dit toelichten. Wij beschouwen een apparaat, dat speelkaarten schudt. Wanneer wij een gerangschikt spel kaarten in het apparaat werpen, en in gedachten het — door „toeval" beheerst — schudproces vervolgen, dan moeten we verwachten, dat de aan het begin aanwezige orde langzamerhand zal verdwijnen, om plaats te maken voor een hoe langer hoe meer onordelijke toestand. Zetten wij het schudden voort, en controleren wij van tijd tot tijd de toestand van het spel kaarten, dan zullen we vrijwel steeds een toestand van maximale onordelijkheid aantreffen. Slechts hoogst zelden zullen de kaarten een zekere regelmaat van rangschikking blijken te vertonen.

Hetzelfde, wat het beschouwde apparaat met het spel kaarten doet, geschiedt nu volgens de statistische mechanica van BOLTZMANN en GIBBS in de natuur op grote schaal. De toestandsveranderingen in systemen, bestaande uit een groot aantal moleculen of atomen van gegeven soort, verlopen in de overgrote meerderheid van de gevallen op zodanige wijze, dat een toestand, die ook maar enige ordelijkheid vertoont, plaats maakt voor een toestand van maximale onordelijkheid; toestandsveranderingen, die met een toename van de orde gepaard gaan, zijn mogelijk, maar zo weinig waarschijnlijk, dat wij niet kunnen hopen, zulk een toestandsverandering ooit te constateren.

De entropie van een systeem, als hierboven bedoeld, is nu volgens de statistische interpretatie van de thermodynamica een maatstaf voor de onordelijkheid van zijn toestand. De tweede hoofdwet, die inhoudt, dat toestandsveranderingen, waarbij de entropie afneemt, uitgesloten zijn, brengt dus volgens deze interpretatie onze verwachting tot uitdrukking, dat alle toestandsveranderingen, die wij aantreffen, gepaard zullen gaan met stijging van de wanorde.

De statistische mechanica was door haar grondleggers, BOLTZMANN en GIBBS, gefundeerd op de klassieke mecha-

nica. Een ontwikkeling van de statistische mechanica op de grondslag van de quantummechanica is echter evenzeer mogelijk gebleken; daarbij blijft de statistische interpretatie van de entropie als maat der onordelijkheid bewaard, al vindt men voor de entropie in concreto een iets andere waarde dan zij volgens de oude mechanica zou bezitten; de beide hoofdwetten der thermodynamica blijven geldig.

Men heeft nu aan de statistische interpretatie van de entropie het volgende argument tegen de geldigheid van de tweede hoofdwet voor de levensprocessen ontleend. Het is zeer wel aan te nemen, zegt men, dat de levenloze natuur wordt gekenmerkt door een streven naar chaotisering en nivellering; het leven echter differentiëert en schept orde; men moet dus verwachten, dat met de processen in het levende organisme een daling, geen stijging, van de entropie gepaard gaat.

Nu moet men niet menen, dat dit argument de thermodynamicus volkomen onvoorbereid treft. De beide hoofdwetten van de thermodynamica gelden alleen voor *afgesloten systemen,* d.w.z. voor stoffelijke stelsels, waaraan van buitenaf geen materie, warmte of energie wordt toegevoerd. Het is zeer goed mogelijk, dat de entropie van een deel van zulk een stelsel daalt; die daling moet dan door een minstens even grote stijging van de entropie van de rest van het systeem worden gecontrabalanceerd. Een levend organisme is echter nimmer een afgesloten systeem; het is dus met de tweede hoofdwet niet onverenigbaar, dat bij levensprocessen een daling van de entropie optreedt. Met deze processen moeten dan andere processen gepaard gaan, waarbij de entropie stijgt.

Aan de betekenis van de tweede hoofdwet voor de levensprocessen en meer in het bijzonder ook voor de menselijke geesteswerkzaamheid heeft onze landgenoot J. M. BURGERS een verhandeling *(Over de verhouding tussen het entropiebegrip en de levensfuncties,* Verh. d. Ned. Akad. v. Wet., Afd. Natuurk., 1e sectie, deel XVIII, No. 3, Amsterdam 1943) gewijd, waar de lezer nadere gegevens kan vinden.

De betrekkingen tussen de natuurwetenschappen en de techniek zijn zo in het oog lopend, dat ze ternauwernood vermel-

ding behoeven, en tegelijk zo gecompliceerd, dat een volledige bespreking ons te ver zou voeren.

Met een enkel woord worde echter gewezen op de invloed van het technisch kunnen op de ontwikkeling van de natuurwetenschap.

Het is in theorie zeer wel denkbaar, dat de moderne quantumtheorie op de volgende wijze zou zijn ontstaan. Was vóór de opstelling van de electronentheorie de buiging van materiegolven bekend geworden, dan zou reeds zeer vroeg een undulatoire theorie van de materie zijn opgesteld. De afbuiging van kathodestralen in een electrisch veld zou dan zijn opgevat als een *breking* van deze stralen — zoals we in het Aanhangsel bij hoofdstuk IV hebben gezien, kan men m.b.v. de golfvergelijking van SCHRÖDINGER rekenschap geven van dit verschijnsel —, hun gedrag in een homogeen magnetisch veld als een *dubbele breking* — waarvan de golfvergelijking van GORDON-KLEIN de theorie levert —, hun gedrag in een inhomogeen magnetisch veld als een *polarisatie* — waarvan de golfvergelijking van DIRAC de verklaring geeft. Waarneming van de beide eerste verschijnselen (de proeven van J. J. THOMSON en W. KAUFMANN) zou de waarden van $\frac{\varepsilon}{\mu}$ en σ, waarneming van het derde verschijnsel (proef van STERN-GERLACH) de waarde van ϵ en dus van μ hebben leren kennen.

Onder invloed van de relativiteitstheorie zou men allicht de in eerste aanleg het meest voor de hand liggende golfvergelijking van SCHRÖDINGER door de vergelijking van DIRAC hebben vervangen. Men zou daarbij geheel zijn blijven staan op de grondslag van dezelfde klassieke beschouwingswijze, die ook de theorie van MAXWELL kenmerkt.

Experimenten, die de aandacht vestigden op de corpusculaire structuur van de stof, zouden echter de physici gedwongen hebben tot een *quantisering* van de materiegolven, die volledig te vergelijken zou zijn geweest met de quantisering van het stralingsveld door PLANCK en EINSTEIN, waarmee ten-

slotte het standpunt van de quantummechanica bereikt zou zijn.

Dat de ontwikkeling anders is geweest, moet — behalve aan de traditionele voorkeur voor de corpusculaire opvatting van de stof — vooral aan technische oorzaken worden toegeschreven. De voorwaarden waaronder die verschijnselen optreden, voor welker verklaring de corpusculaire theorie van de stof wordt vereist, zijn technisch het gemakkelijkst te realiseren. Bij de straling is het juist omgekeerd.

BIJ DE TITELPLAAT

Om de noodzaak van de gelijktijdige toepassing van een corpusculaire en een undulatoire theorie zoveel mogelijk *ad oculos* te demonstreren, zijn twee photo's gereproduceerd, die elk één van de beide complementaire karaktertrekken van de atomaire processen weergeven.

Bij de beschouwing van de eerste photo dringt het corpusculaire beeld zich aanstonds aan ons op. Hier zijn, met de zgn. kamer van WILSON, de banen van twee afzonderlijke deeltjes vastgelegd. Nadere analyse van deze en van soortgelijke photo's leert, dat de beide deeltjes dezelfde massa, maar tegengestelde lading bezitten. Het ene is een *electron*, het andere een *positron*. De kromming van de banen wordt veroorzaakt door een magneetveld loodrecht op het beeldvlak.

De beide deeltjes hebben verder een gemeenschappelijke oorsprong; ze zijn ontstaan door de *materialisatie* van een γ-quantum, d.w.z. van een photon van zeer grote energie, dat op zijn beurt is ontstaan bij de desintegratie van een atoomkern. De omzetting van energie in stof, waartegen HOENEN op blz. 149 zoveel bezwaren bleek te hebben, zien we hier a.h.w. voor onze ogen gebeuren.

De tweede photo kan alleen aan de hand van de golftheorie worden begrepen. Een bundel electronen doorboort een mikrokristallijn laagje goud. Daarbij treden buigingsverschijnselen op, die te vergelijken zijn met de buigingsverschijnselen, die het licht vertoont, en die als één der argumenten ten gunste van de undulatietheorie van HUYGENS plegen te worden aangevoerd. Door opmeting van dergelijke photo's vindt men belangrijke gegevens over de golflengte van de materiegolven en over haar verband met de impuls van de afzonderlijke corpuscula.

BIBLIOGRAPHIE

Er bestaat over de in dit boek behandelde en over andere natuurphilosophische problemen een zeer uitgebreide litteratuur. In deze bibliographie zijn in de eerste plaats de in de tekst aangehaalde werken opgenomen; ten behoeve van de lezer zijn nog enkele titels, meest van recente datum, toegevoegd. Gestreefd is niet naar volledige, wel naar veelzijdige informatie.

ASTER, E. VON [1] *Naturphilosophie.* Berlin 1932.

BARGE, J. [1] *Wat is het leven?* Leiden 1935.

† BAVINK, B. [1] *Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaften.* Leipzig ^{6}1940.

BECHER, E. [1] *Naturphilosophie.* Leipzig 1914.

BECKING, L. G. M. BAAS [1] Entropie en dissipatie. *Proceedings Amsterdam, 45,* 1942.

BERNAYS, P. [1] Grundsätzliche Betrachtungen zur Erkenntnistheorie. *Abh. d. Fries'schen Schule,* N.F. 6, 1937.

BIRKHOFF, G. & J. VON NEUMANN [1] The logic of quantum mechanics. *Annals of math.* 2nd series *37,* 1936.

BOHR, N. [1] *Atomtheorie und Naturbeschreibung.* Berlin 1931.

[2] Kausalität und Komplementarität. *Erkenntnis* 6, 1937.

BOM, TH. VAN DER [1] *Philosophie van het leven.* Nijmegen - Utrecht 1932.

BRUNA, M. A. [1] *Biologie en wijsbegeerte.* Diss. Utrecht, Maastricht 1937.

BRUNET, P. [1] *Etude historique sur le principe de la moindre action.* Paris 1938 (ASI).

BURGERS, J. M. [1] *Over de verhouding tussen het entropiebegrip en de levensfuncties.* Amsterdam 1943.

BURKAMP, W. [1] *Naturphilosophie der Gegenwart.* Berlin 1930.

BUYTENDIJK, F. J. J. [1] *Grondproblemen van het dierlijk leven.* Antwerpen 1938.

CARNAP, R. [1] *Foundations of logic and mathematics.* Chicago Ill. 1939 (IEUS).

CASSIRER, E. [1] *Das Erkenntnisproblem.* 2 Bde Berlin 1907.

† CLAY, J. [1] *Schets eener kritische geschiedenis van het begrip natuurwet.* Leiden 1915.

[2] *Ontstaan en ontwikkeling van het energiebeginsel.* Den Haag 1942.

CROZIER, W. J. [1] *Déterminisme et variabilité dans le comportement des organismes.* Paris 1935 (ASI).

DIELS, H. *Die Fragmente der Vorsokratiker.* Berlin 1903 u.s.w.

DINGLER, H. [1] *Geschichte der Naturphilosophie.* Berlin 1932.

[2] *Die Methode der Physik.* München 1938.

DRIESCH, H. [1] *Philosophie des Organischen.* Leipzig ²1921.

[2] Metaphysik der Natur. In: *Handbuch.*

[3] *Das Lebensproblem.* Leipzig 1935.

DU BOIS-REYMOND, E. [1] *Über die Grenzen des Naturerkennens — Die sieben Welträthsel.* Leipzig ⁸1898.

† DUHEM, P. [1] *La théorie physique.* Son objet, sa structure. Paris 1906.

[2] Σώζειν τα φαινόμενα. Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galiléi. Paris 1908.

[3] *Etudes sur Léonard de Vinci.* 3me série, Paris 1913.

DIJKSTERHUIS, E. J. [1] *Val en worp.* Groningen 1924.

[2] *Archimedes.* 2 dln, Groningen 1938-44.

EDDINGTON, A. [1] *The philosophy of physical science.* Cambridge 1939.

ENRIQUES, F. [1] *Signification de l'histoire de la pensée scientifique.* Paris 1934 (ASI).

FÉVRIER, P. [1] Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique. *C. R. Paris 204,* 1937.

[2] Sur une forme générale de la définition d'une logique. Ibid.

[3] Les relations d'incertitude d'Heisenberg et la logique. *Travaux IXe Congr. de Philos. fasc.* VI, Paris 1937 (ASI).

† FRANK, PH. *Foundations of physics,* Chicago Ill. 1946 (IEUS).

HALDANE, J. B. S. [1] *The philosophy of a biologist.* Oxford 1935.

Handbuch des Philosophie, herausgeg. von A. BÄUMLER u. M. SCHRÖTER, Abt. II: Natur/Geist/Gott. München-Berlin 1927.

HARTMANN, M. [1] *Philosophie der Naturwissenschaften.* Berlin 1937.

HEISENBERG, W. [1] *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie.* Berlin 1930.
[2] *Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaft.* Leipzig 1935.

HELMHOLTZ, H. VON [1] *Schriften zur Erkenntnistheorie.* Berlin 1921.

HERMANN, G. — E. MAY — TH. VOGEL [1] *Die Bedeutung der modernen Physik für die Theorie der Erkenntnis.* Leipzig 1937.

HOENEN, P. [1] *Cosmologia.* Roma ²1936.
[2] *Philosophie der anorganische natuur.* Antwerpen ³1947.

JANSSEN, L. W. [1] Biosynthese als centraal biologisch probleem. *Hand. 28e Ned. Nat. en Gen. Congres,* Utrecht 1941.

JEANS, J. [1] *The mysterious universe.* Pelican books A 10.

JORDAN, H. J. [1] *De causale verklaring van het leven.* Amsterdam 1940.

JORDAN, P. [1] *Die Physik und das Geheimnis des organischen Lebens.* Braunschweig 1941.

KELSEN, H. [1] Die Entstehung des Kausalitätsgesetzes aus dem Vergeltungsprinzip. *Erkenntnis 8,* 1939.

KLAAUW, C. VAN DER, [1] *Uitwendige doelmatigheid en einddoel bij Kant en in de moderne biologie.* Leiden 1934.

KLUYVER, A. J. [1] 's Levens nevels. *Hand. 26e Ned. Nat. en Gen. Congres,* Utrecht 1937.

KOREVAAR, A. [1] *Techniek en wereldbeschouwing.* Haarlem 1934.

KRISTENSEN, W. B. e.a. *Antieke en moderne kosmologie.* Arnhem 1941.

† LANGE, F. A. [1] *Geschichte des Materialismus.* 2 Bde, Leipzig o. J. (Reclam).

LASSWITZ, K. [1] *Geschichte der Atomistik.* 2 Bde, Hamburg-Leipzig 1890.

LENZEN, V. F. [1] *Procedures of empirical science.* Chicago, Ill. 1938 (IEUS).

MACH, E. [1] *Die Mechanik.* Leipzig ⁴1901.

MARITAIN, J. [1] *La philosophie de la nature.* Paris s.d.

MAY, E. [1] Zur Frage der Ueberwindung des Vitalismus. *Zs. f. d. ges. Naturwiss.* 1938.

[2] Die Idee der mechanischen Naturerklärung. Ibid. 1939.

MELSEN, A. G. M. VAN [1] *Natuurwetenschap en wijsbegeerte.* Utrecht-Brussel 1946.

MEYER, A, [1] *Ideen und Ideale der biologischen Erkenntnis.* Leipzig 1934.

MEYER, H. [1] Natuurwetenschap en logica. Synthese *6*, 1939.

MEYER, J. [1] Kants Philosophie der Lebenserscheinungen. Kant-Studien *36*, 1931.

NATORP, P. [1] *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften.* Leipzig-Berlin 1910.

NEUMANN, J. VON [1] *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.* Berlin 1932.

NEURATH, O. [1] *Einheitswissenschaft und Psychologie.* Wien 1933.

OSTWALD, W. [1] *Moderne Naturphilosophie.* Leipzig 1914.

† PEARSON, K. [1] *The grammar of science.* London 1892.

PERRIN, J. [1] *Les atomes.* Paris ⁴1914.

PLANCK, M. [1] *Wege zur physikalischen Erkenntnis.* Leipzig ³1943.

† POINCARÉ, H. [1] *Science et méthode.* Paris 1909.

† [2] *Dernières pensées.* Paris 1913.

RASHEVSKY, N. [1] Physico-mathematical methods in biological and social sciences. *Erkenntnis 6,* 1937.

REICHENBACH, H. [1] *Philosophical foundations of quantum-mechanics.* Berkeley 1944.

REIDEMEISTER, K. [1] *Das System des Aristoteles.* Hamb. math. Einzelschr. Heft *37,* Leipzig-Berlin 1943.

RICKERT, H. [1] *Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung.* Tübingen ⁵1929.

ROSENFELD, L. [1] *Ontwikkeling der causaliteitsidee,* Amsterdam 1942.

ROTHACKER, E. [1] *Einleitung in die Geisteswissenschaften.* Tübingen ²1930.

[2] Logik und Systematik der Geisteswissenschaften. In: *Handbuch.*

SCHLICK, M. [1] Naturphilosophie. In: DESSOIRS *Lehrbuch der Philosophie,* Bd. *1,* Leipzig 1925.

SCHRÖDINGER, E. [1] *Über Indeterminismus in der Physik.* Leipzig 1932.

SMIT, H. W. [1] *De natuurphilosophie en het theïsme.* Goes 1917.

STEBBING, L. S. [1] *Philosophy and the physicists,* Pelican Books A 145. Harmondsworth 1944.

STRAUSS, M. [1] Zur Begründung der statistischen Transformationstheorie der Quantenphysik. *S. B. Akad. Berlin,* phys.-math. Kl. 1936.

[2] Ungenauigkeit, Wahrscheinlichkeit und Unbestimmtheit, *Erkenntnis* 6, 1937.

[3] Komplementarität und Kausalität im Lichte der logischen Syntax. Ibid.

[4] Mathematische und logische Beiträge zur quantenmechanischen Komplementaritätstheorie. Diss. Prag 1938.

[5] Mathematics as logical syntax — a method to formalize the language of a physical theory. *Erkenntnis* 7, 1938.

STRUNZ, J. [1] *Naturbetrachtung und Naturerkenntnis im Altertum.* Leipzig 1904.

TARSKI, A. [1] Grundlegung der wissenschaftlichen Semantik. *Actes du Congrès Int. de philos. scient.* fasc. III. Paris 1936 (ASI).

[2] Über den Begriff der logischen Folgerung. Ibid. fasc. VII.

UEXKÜLL, J. VON [1] *Die Lebenslehre.* Potsdam-Zürich 1930.

UMBGROVE, J. H. F. [1] *De beeldenstorm der wetenschap.* 's-Gravenhage, 1944.

Vraagstukken uit de natuurphilosophie. Bijlage van „Studia Catholica", Nijmegen 1940.

Waarschijnlijkheidsrekening en statistische methoden. Overdruk uit Ned. Tijdschr. v. Nat. 8, 1941.

WAALS Jr., J. D. VAN DER [1] *Over den wereldaether.* Haarlem 1921.

† WEYL, H. [1] Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft. In: *Handbuch.*

WHEWELL, W. [1] *Philosophy of the inductive sciences.* London 1840.

† WHITEHEAD, A. N. [1] *Science and the modern world.* Pelican books A 34.

WIGERSMA, B. [1] *Natuurphilosophie.* Bussum 1943.

WOODGER, J. H. [1] *The technique of theory construction.* Chicago, Ill. 1938 (IEUS).

ZIEHEN, TH. [1] *Grundlagen der Naturphilosophie.* Leipzig 1922.

IEUS = International Encyclopaedia of Unified Science.

ASI = Actualités Scientifiques et Industrielles (Hermann & Cie, Editeurs).

Enkele geschriften, die geen belangstellende ongelezen dient te laten, zijn met een † aangewezen.

Aan deze bibliographie is thans nog toe te voegen:

BETH, H. J. E. [1] *Het probleem der grasitatie.* Utrecht 1948.

BURGERS, J. M. [2] *Trekken van de moderne westerse wetenschap.* Amsterdam 1944.

DESTOUCHES, J. L. [1] *Principes fondamentaux de physique théorique.* 3 Vols, Paris 1942.

DESTOUCHES-FÉVRIER, P. [4] Les notions d'objectivité et de subjectivité en physique atomique. *Dialectica 3,* 1947.

EDDINGTON, A. E. [2] *Fundamental theory.* Cambridge 1946.

EISLER, R. [1] *The royal art of astrology.* London 1946.

HEINIMANN, F. [1] *Nomos und Physis.* Basel 1945.

HOFSTRA, S. [1] *De houding van den mensch tegenover de natuur.* Arnhem 1945.

HOOYKAAS, R. [1] Het ontstaan van de chemische atoomleer. *Tijdschr. v. philos. 9,* 1947.

KELSEN, H. [2]. *Vergeltung und Kausalität.* The Hague, 1941.

KOHNSTAMM, PH. [1] *Vrije wil of determinisme.* Haarlem 1947.

KRAMERS, H. A. [1] Natuurphilosophie. In: *Eerste Nederlandse Systematisch Ingerichte Encyclopaedie.* Eerste deel, Amsterdam 1946.

LAER, P. H. VAN [1] *Actio in distans en aether.* Utrecht-Brussel 1947.

MULDER, A. J. [1] *Natuurkunde.* De weg der wetenschap naar het atoom. Roermond-Maaseik 1947.

POS, H. J. [1] *Filosofie der wetenschappen.* Arnhem 1947.

NAAMLIJST

Abraham 79
Aegidius Romanus 142
Albertus Magnus 17, 142
Anaxagoras 37, 138, 189
Anaximander 36, 38
Archimedes 14, 145
Aristoteles 11-16, 18, 19, 24-27, 31, 32, 34, 37, 38, 42, 55, 56, 60, 134, 138-140, 142, 145, 153, 167, 178, 183, 184, 189, 197, 202
Atwood 97

Bacon 27, 194
Bateman 79
Becher 57
Behmann 51
Bergson 192
Bernays 59
Birkhoff 76
Bochenski 183
Bohr 64-67, 78, 80, 81, 90, 109, 118, 205, 206, 209, 210
Bolland 18
Boltzmann 21, 56, 153, 210, 211
Bonavontura 142
Borelius 79
Born 67
Bose 75
Boussinesq 204
Boyle 19
Broglie, de 66, 71, 72, 77
Brouwer 40, 96
Bruna 201, 202, 209
Bruno 56
Büchner 17, 38
Burgers 212
Buridan 204
Burkamp 198
Burleigh 142
Buytendijk 198, 203

Cabanis 17, 38
Calippus 23
Campanella 56
Carnap 155
Carnot 19
Cassirer 59, 60, 158
Cauchy 21
Cavendish 172
Cicero 28, 35, 37
Clausius 21, 63
Clay 36
Cohen 18
Compton 73, 115, 117, 120, 121, 124
Comte 186, 187, 189, 200

Coriolis 170
Coulomb 81
Cournot 204
Crozier 203, 204

Dalton 16
Dantzig, van 166
Darwin, Ch. 198
Darwin, G. H. 18
Davisson-Germer 66, 70, 86, 87
Decombe 78
Delboeuf 159
Democritus 12, 17, 18, 33, 56, 72, 136-139, 148, 161, 178
Descartes 15, 33, 38, 159, 180, 198
Destouches-Février 76
Diels 36
Dilthey 190, 191, 193
Dingle 25
Dingler 29, 58-60, 153
Diogenes Laërtius 22
Dirac 67, 74-78, 107, 133, 213
Donnan 201
Driesch 58, 59, 196-198
Droysen 190
Drude 20
Du Bois-Reymond 59, 204
Duhem 19-21, 40, 60, 141, 143
Duns Scotus 142
Dijksterhuis 12, 14, 33, 141, 184

Eddington 25, 26, 179
Ehrenhaft 63
Einstein 63, 67, 72, 75, 78, 97, 98, 153, 156, 158, 160, 161, 174, 176-178, 213
Emerson 36
Empedocles 13, 18, 35, 37, 38
Enriques 60, 194
Eotvös 174
Epicurus 17, 28
Epstein 66
Eudoxus 23, 145
Euler 158

Faraday 153, 193
Fatio 18
Fermat 147
Fermi 75
Fichte 39
Foucault 157, 158, 172
Franck 66
Frege 50, 96, 152
Fresnel 21, 163
Freind 16
Friedmann 179

Galilei 15, 23, 144, 158, 182, 184
Gassendi 17
Gay-Lussac 19
Gehrcke 79
Geiger 64
Gentzen 48
Gibbs 20, 21, 153, 211
Gödel 51
Goethe 30, 187
Gordon-Klein 74, 75, 78, 83, 213

Görland 59, 60
Gregorius van Rimini 143

Hamilton 95, 107, 110
Hartmann 198
Hegel 16, 17, 19, 39, 148, 187-190
Heisenberg 30, 59, 66, 67, 70, 74, 77, 81, 107, 110, 114, 115, 121, 123, 124, 129, 164, 206, 208
Heitler-London 67
Helmholtz 20
Heraclitus 36, 38
Herder 185
Hermann 56, 59, 60
Heron 147
Hertz 66, 157
Heyting 96
Hilbert 50, 98, 103, 105-108, 123, 127, 133
Hobbes 17, 29, 30, 191, 192, 194
Hoenen 17, 25, 32-34, 57-60, 125, 148, 149, 159, 163, 215
Holbach 17, 38
Hume 182
Husserl 192
Huygens 17, 18, 71, 72, 215

James 192
Janssen 203
Jaumann 79
Jeans 25, 26
Jevons 182
Johannes van Bassolis 142
John of Dumbleton 143
Jordan, H. J. 198
Jordan, P. 75, 204, 205, 209, 210

Kant 11, 15, 16, 18, 19, 29, 42, 56, 59, 143, 148, 158, 167, 182, 187, 188
Kaufmann 75, 86, 160, 213
Keill 16
Kelsen 36
Kepler 15, 23, 56, 138, 144, 158, 193
Klages 192
Klein, F. 193
Köhler 198, 208
Korevaar 200
Korn 78
Kramers 66
Kristensen 36

Ladenburg 66
Lagrange 147, 175
Lalande 200
La Mettrie 17
Lange 17
Laplace 57
Lavoisier 16
Leibniz 15, 90, 146-148
Lemaître 179
Lesage 18
Leucippus 17, 18, 71, 136-138, 148, 178
Lewis 79
Lorenz 20
Lorentz 39, 63, 64, 77, 81, 132, 157, 160, 176, 177, 200
Lucretius 17

Lukasiewicz 45
Luyting 33

Mac Cullagh 21
Mach 21, 40, 60, 157, 168, 169, 171-174, 177-179
Mac Laren 79
Maritain 17, 55, 57, 159
Marsden 64
Marx 167
Massieu 20
Maupertuis 147
Maxwell 21, 56, 64, 72, 153, 157, 213
May 55, 56, 58-60, 76-78, 125
Mendelejeff 66
Meyer, Ad. 201, 203, 208
Meyer, Lothar 66
Meyerson 60
Michelson 126, 157
Millikan 63, 86, 87
Minkowski 20
Moleschott 17, 38
Montgolfier 200
More 159
Morley 157

Natorp 18, 59
Neumann, C. 21
Neumann, F. 21, 163
Neumann, J. von 76, 78, 110, 124
Neurath 30, 205
Newton 15, 17, 18, 23, 30, 53, 67, 71, 72, 156, 157, 160, 161, 168, 169, 173, 178, 179
Nietzsche 192
Noble 157
Nordström 79

Occam 142
Oken 30
Oresme 143, 144
Ostwald 21, 40, 56

Paracelsus 56
Parmenides 95, 134-140, 144, 178
Pauli 75
Pearson 60
Perrin 21, 40, 63
Planck 60, 63, 65, 67, 73, 74, 77, 78, 86, 200, 213
Plato 12-15, 22-24, 26, 36, 37, 95, 134, 136-139, 145
Plotinus 142, 194
Plutarchus 26
Poincaré 20, 21, 60, 63, 77, 157, 159, 160, 200
Poisson 173
Posidonius 22, 145
Protagoras 37
Proust 16
Pythagoras 35, 37

Quesnay 182

Rashevsky 203
Reichenbach 205
Richard of Middleton 142
Rickert 59
Riemann 57
Rigolage 200
Ritz 79

Röntgen 119
Rothacker 192, 194
Russell 50, 96, 152
Rutherford 63, 64

Saint-Venant, de 204
Schelling 39
Schlick 60
Schopenhauer 30
Schott 79
Schrödinger 66, 67, 69, 71, 74, 77, 78, 88, 108, 111, 113, 116, 131-133, 213
Schwarzschild 66
Seligmann-Lui 78
Sextus Empiricus 138
Simplicius 142
Simon 120
Sitter, de 179
Smith 182
Sommerfeld 66
Spranger 191
Stadler 18
Stern-Gerlach 75, 213
Strauss 53, 76, 91
Suisset (Swineshead) 143

Tarski 47, 50, 51
Thales 37
Thomas v. Aquino 17, 23, 142
Thomson, J. J. 75, 79, 86, 213
Thomson, W. (lord Kelvin) 21
Tomasina 78
Trouton 157

Uexküll, von 196

Vico 194
Vogel, 56, 59
Voigt 20
Vogt 17, 38

Waals, van der 17, 19-21, 28, 37, 40, 63
Walras 182
Weyl 178, 179
Wigersma 18, 55
Wigner 75
William Heytesbury 143
Wilson 70, 79, 120, 138, 215
Windelband 183
Wolff 15, 147

Zeno 145
Zilsel 205

REEDS VERSCHENEN

1. **Prof. Dr J. Tinbergen.**
Econometrie, 2e druk. 1942. VIII en 155 blz. 16 fig. Uitverkocht.

2. **Prof. Dr M. J. Sirks**
De ontwikkeling der biologie. 2e druk. 1947. VIII en 183 blz. 24 fig. en 13 platen buiten tekst. *f* 3,90.

3. **Prof. Mr C. Weststrate.**
De delging van hooge oorlogsschulden. Door heffing ineens of uit jaarlijksche belastingen? 1942. VIII en 116 blz. Uitverkocht.

4. **Dr G. J. van Oordt.**
Geslachtsverandering bij gewervelde dieren. 1942. X en 134 blz. met 44 fig. waarvan 4 buiten tekst. Uitverkocht.

5. **Dr J. C. H. Gerretsen.**
Niet-Euklidische meetkunde.1942. XII en 205 blz. met 128 fig. Uitverkocht.

6. **Dr A. D. J. Meeuse.**
De inwendige structuur van de hogere plant. 1942. VIII en 164 blz. met 58 fig. waarvan 9 buiten tekst. Uitverkocht.

7. **Prof. Dr G. Krediet.**
Zoogdier-intersexualiteit. 1942. 136 blz. met 30 fig. Uitverkocht.

8. **Dr P. H. van Cittert.**
Het microscoop. 2e druk 1947. 117 blz. met 59 fig. *f* 2,45.

9. **Prof. Dr Th. Weevers.**
De alkaloïden en glukosiden der planten. 1943. 106 blz. met 14 fig. waarvan 13 buiten tekst. Uitverkocht.

10. **Prof. Dr G. L. Funke.**
Experimenteele plantensociologie. 1943. VIII en 224 blz. met 17 fig. waarvan 16 buiten tekst. Uitverkocht.

11. **Dr S. W. Visser.**
Seismologie. 1943. VII en 151 blz. met 45 fig. waarvan 7 buiten tekst. Uitverkocht.

12. **Prof. Dr Jan Smit.**
Microbiologie van den akker en der landbouwproducten. 3e druk 1948. 96 blz. met 25 fig. waarvan 24 buiten tekst. *f* 2,20.

13. **Dr W. K. H. Karstens.**
Plantaardige kleurstoffen. 1943. VIII en 232 blz. met 36 fig. Uitverkocht.

14. **Prof. Ir J. H. Jager Gerlings.**
Boschbouw. 2e druk. 1948. X en 158 blz. met 10 fig buiten tekst. *f* 3,60.

15. **Prof. Dr L. F. de Beaufort.**
Zoögeographie. De verspreiding der dieren over de aarde. 1948. IV en 188 blz. met 24 fig. Uitverkocht.

16. **Prof. Dr J. Kuijper.**
Onze kultuurgewassen. Hun geschiedenis en hun betekenis voor den mens. 2e druk 1945. VI en 222 blz. met 17 fig. waarvan 16 buiten tekst. *f* 4,75.

17. **Ir P. Bakker Schut en Dr Ir F. Bakker Schut.**
Planologie. Van uitbreidingsplan over streekplan naar nationaal plan. 1944. VIII en 149 blz. met 18 fig. waarvan 3 buiten tekst. Uitverkocht.

REEDS VERSCHENEN OF IN BEWERKING

18. **Prof. Dr G. L. Funke.**
De formatieve invloed van het licht op planten. 1944. 171 blz. met 16 fig. in zwart en kleuren, waarvan 9 buiten tekst. Uitverkocht.

19. **Dr H. J. Keuning.**
De Nederlandsche zeescheepvaart. 1944. IV en 98 blz. 11 fig. en 11 platen buiten tekst. Uitverkocht.

20. **Prof. Dr H. J. C. Tendeloo.**
Kolloidchemie. 2e druk. 1947. 156 blz. met 64 fig. waarvan 7 buiten tekst. *f* 3,55.

21. **Prof. Dr A. D. Fokker.**
Rekenkundige bespiegeling der muziek. 1945. 228 blz. *f* 4,40.

22. **Dr J. A. Bierens de Haan.**
Instinct en intelligentie bij de dieren. 2e druk. 1947. 176 blz. met 20 fig. waarvan 1 buiten tekst. *f* 3,90.

23. **Prof. Dr M. J. Sirks.**
Het geslacht. Uitingen en oorzaken. 1946. 176 blz. met 75 fig., waarvan 49 buiten tekst. *f* 4,—.

24. **Dr H. J. Keuning.**
De Historisch-Geographische landschappen van Nederland. 1946. 155 blz. met 1 fig. Uitverkocht.

25. **Prof. W. E. Boerman.**
Klimaat. Klimaattypen, klimaatgebieden, bodemproductie, bevolking. 1946. VIII en 244 blz. met 34 fig., waarvan 2 buiten tekst. *f* 5,—.

26. **Dr Marie P. Löhnis.**
Plantenvoeding. 1946. 82 blz. *f* 1,80.

27. **J. Nikerk.**
Vreemdelingenverkeer. 1946. X en 294 blz. met 43 fig. en 2 uitsl. tabellen. *f* 6,90.

28. **Dr N. Tinbergen.**
Inleiding tot de diersociologie. 1946. VIII en 184 blz. met 78 fig. en 2 pl. buiten den tekst. *f* 4,35.

29. **Prof. Dr H. Schornagel †.**
Algemeene Ziekteleer. 1947. 191 blz. met 4 fig. waarvan 3 buiten tekst *f* 4,35.

30. **Prof. Dr E. W. Beth.**
Natuurphilosophie 1948. 230 blz. met 8 fig. waarvan 2 buiten tekst. *f* 4,75.

31. **Prof. Dr C. P. Raven.**
Ontwikkelingsphysiologie der dieren. 1948. 223 blz. met 64 fig. en 10 platen buiten tekst. *f* 4,90.

Dr H. J. Beth.
Kinematica in het platte vlak.

Dr W. Vervoort.
Walvisvaart.

Prof. Dr S. C. van Veen.
Passermeetkunde.

Dr Hl de Vries.
Kernphysica.